

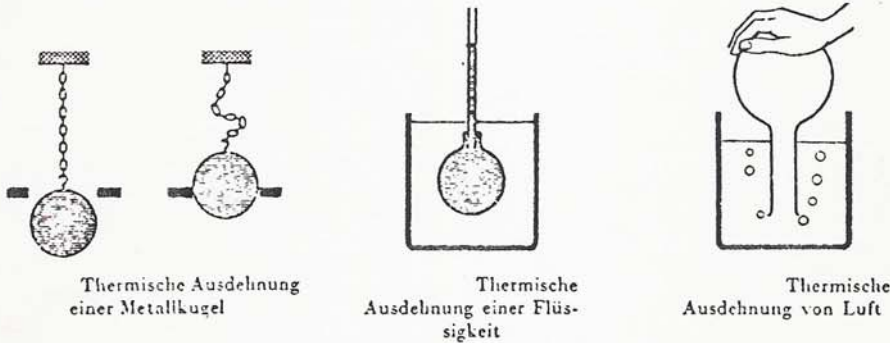
1. Die Temperatur

1.1. Begriffserklärung

Körper fühlen sich beim Berühren je nachdem kalt, kühl, lau, warm oder heiss an. Sie rufen infolge ihres besonderen Wärmezustandes verschiedene Wärmeempfindungen in uns hervor. Wir schreiben ihnen daher verschiedene Wärmestufen zu und sagen dafür auch, sie haben verschiedene Temperaturen. Einem sehr heissen Körper schreiben wir eine hohe, einem sehr kalten Körper eine tiefe Temperatur zu. Aber Achtung: Unser Temperatursinn ist in seiner Leistungsfähigkeit begrenzt und eignet sich nicht zur genauen Beurteilung von Temperaturen.

1.2. Verhalten der Körper bei Temperaturerhöhungen

Alle Körper dehnen sich bei Erwärmung aus, gleichgültig ob sie fest, flüssig oder gasförmig sind. Bei Abkühlung ziehen sie sich zusammen. Gase dehnen sich (bei gleicher Erwärmung) bedeutend stärker aus als Flüssigkeiten, diese wiederum stärker als Festkörper.



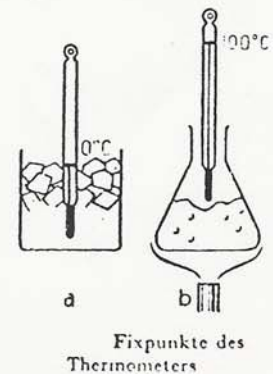
Es gibt aber auch noch andere Körpereigenschaften, die sich mit der Temperatur ändern, z.B. die Farbe, der Druck (bei Gasen), die elektrische Leitfähigkeit u.a.

1.3. Temperaturmessung - Thermometer

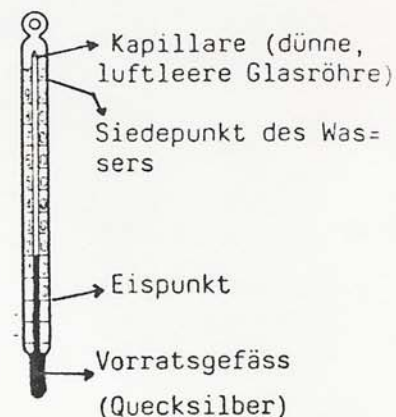
Zur Messung der Temperatur kann grundsätzlich jede von der Wärme herrührende Eigenschaftsänderung eines Stoffes ausgenutzt werden. Geräte zur Temperaturmessung nennt man Thermometer, Am bekanntesten sind die Flüssigkeitsthermometer, bei denen die Abhängigkeit des Volumens von der Temperatur zur Messung ausgenutzt wird.

1.3.1. Quecksilberthermometer nach Celsius

Eichung des Thermometers: Die Umwandlung von Eis in Wasser und von Wasser in Dampf (bei gleichem Druck) erfolgt stets bei zwei ganz bestimmten, stets gleichen Stellungen



des Quecksilberfadens, also bei gleichen Temperaturen. Nach dem Vorschlag des schwedischen Astronoms Anders Celsius (1701-1744) wird der Fundamentalabstand Eispunkt-Siedepunkt in 100 Teile geteilt, die man Celsius-Grade nennt. Dabei wird der Eispunkt mit  $0^{\circ}\text{C}$ , der Siedepunkt mit  $100^{\circ}\text{C}$  bezeichnet. Die Einteilung setzt man mit gleichen Abständen für je  $1^{\circ}\text{C}$  unter dem Eispunkt (mit negativen Vorzeichen) und über den Siedepunkt hinaus fort. So erhält man die Celsius-Skala des Thermometers.



Wir setzen vorerst fest: Die Einheit der Temperatur (und der Temperaturdifferenz) ist ein Grad Celsius ( $1^{\circ}\text{C}$ ), das ist der hunderste Teil des Fundamentalabstandes Eispunkt-Siedepunkt des Wassers.

Die Temperatur ist eine Basisgröße und wird, wenn sie in  $^{\circ}\text{C}$  angegeben wird, mit dem griechischen Buchstaben  $\nu$  (theta) bezeichnet.

Bemerkung: Der Siedepunkt des Wassers ist abhängig vom Luftdruck und damit von der Höhe über dem Meeresspiegel. Falls er auf Meereshöhe (Luftdruck  $1013\text{ hPa}$ ) mit  $100^{\circ}\text{C}$  bezeichnet wird, so siedet das Wasser auf der Zugspitze ( $2963\text{ m ü NN}$ ) bei  $90^{\circ}\text{C}$  und auf dem Mount Everest ( $8848\text{ m ü NN}$ ) bei  $70^{\circ}\text{C}$ .

### 1.3.2. Andere Temperaturskalen

a) Fahrenheitskala: Daniel Fahrenheit (1686-1736), der eigentliche Erfinder des Hg-Thermometers, legte seiner Skala andere Bezugspunkte zugrunde:

Kältemischung (Eis + Wasser + Salmiak) :  $0^{\circ}\text{F}$

Siedepunkt des Wassers:  $212^{\circ}\text{F}$

Dem Eispunkt (d. i. der Nullpunkt der Celsiusskala) wird der Wert  $32^{\circ}\text{F}$  zugeordnet, so dass der Abstand Eispunkt-Siedepunkt des Wassers genau  $180^{\circ}\text{F}$  misst.

Zur Umrechnung einer Temperaturangabe in Celsiusgraden ( $\nu$ ) in eine in Fahrenheitgraden ( $t_{\text{F}}$ ) oder umgekehrt, gelten folgende Formeln:

$$t_{\text{F}} = \left(\frac{9}{5} \nu + 32\right)^{\circ}\text{F}$$

$$\nu = (t_{\text{F}} - 32) \cdot \frac{5}{9} \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Die Fahrenheitskala ist in den USA, Australien und einigen anderen englisch sprechenden Ländern noch in Gebrauch.

b) Réaumurskala: Nach René-Antoine Seignur de Réaumur (1683-1757) benannte Temperaturskala, die früher in Frankreich gebräuchlich war.

Eispunkt:  $0^{\circ}\text{R}$

Siedepunkt des Wassers:  $80^{\circ}\text{R}$

c) Thermodynamische Temperaturskala oder Kelvinskala: Wie wir später sehen werden gibt es eine tiefstmögliche Temperatur, die nicht mehr unterschritten werden kann.

Diese tiefste überhaupt mögliche Temperatur liegt bei  $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Nach einem Vorschlag des Engländers William Thomson, des späteren Lord Kelvin (1824-1907), führte man daher eine neue Temperaturskala ein, deren Nullpunkt dieser tiefstmöglichen Temperatur entspricht. Die von diesem absoluten Nullpunkt aus gezählte Temperatur wird thermodynamische Temperatur, oder absolute Temperatur oder aber Kelvin-Temperatur genannt (Formelzeichen:  $T$ ). Sie hat nur positive Zahlenwerte, ihre Einheit, das Kelvin ( $\text{K}$ ), entspricht genau dem Celsiusgrad.

Umrechnung:

$$T = (t + 273) \text{ K}$$

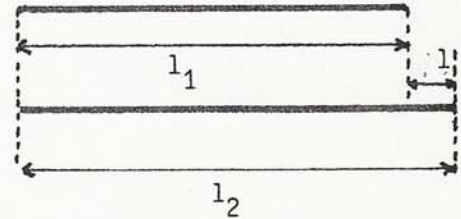
#### 4. Wärmeausdehnung von festen Körpern

##### 4.1. Die Längenausdehnungsformel (Ausdehnung in nur einer Richtung)

Erhöht man die Temperatur eines Stabes, so dehnt er sich in der Regel aus; erniedrigt man seine Temperatur, so zieht er sich zusammen. Ist die Temperaturänderung  $\Delta v$  nicht zu gross, so ist die Längenänderung  $\Delta l$  proportional zur Anfangslänge  $l_1$  und zur Temperaturänderung  $\Delta v$ . Ausserdem ist sie abhängig von der Stoffart aus der der Stab besteht.

$$\begin{aligned} \Delta l &\sim l_1 \\ \Delta l &\sim \Delta v \\ \rightarrow \Delta l &\sim l_1 \cdot \Delta v \end{aligned}$$

$$\Delta l = \alpha \cdot l_1 \cdot \Delta v$$



Der Proportionalitätsfaktor  $\alpha$  wird linearer Ausdehnungskoeffizient oder lineare Wärmedehnzahl genannt;  $\alpha$  ist charakteristisch für den Stoff aus dem der Stab besteht und gibt an um wieviel (in m) sich ein Stab von 1 m Anfangslänge bei Erwärmung um  $1^{\circ}\text{C}$  verlängert. (Einheit von  $\alpha$ :  $1/^{\circ}\text{C}$ )

Praktische Formel der Längenausdehnung:  $l_2 = l_1 + \Delta l$   
 $l_2 = l_1 + \alpha \cdot l_1 \cdot \Delta v$

$$l_2 = l_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta v)$$

Bemerkung: Im Falle einer Temperaturverringerung gilt:  $l_2 = l_1 \cdot (1 - \alpha \cdot \Delta v)$

Einige Wärmedehnzahlen in  $1/^{\circ}\text{C}$

|                   |                     |          |                     |            |                     |
|-------------------|---------------------|----------|---------------------|------------|---------------------|
| Aluminium:        | $2,2 \cdot 10^{-5}$ | Zink:    | $2,9 \cdot 10^{-5}$ | Ziegel:    | $5 \cdot 10^{-6}$   |
| Eisen/Eisenbeton: | $1,2 \cdot 10^{-5}$ | Messing: | $1,9 \cdot 10^{-5}$ | Glas:      | $9 \cdot 10^{-6}$   |
| Kupfer:           | $1,6 \cdot 10^{-5}$ | Platin:  | $9,0 \cdot 10^{-6}$ | Porzellan: | $3,4 \cdot 10^{-6}$ |



#### 4.2. Die Volumenausdehnungsformel

Feste Körper verändern bei einer Temperaturerhöhung  $\Delta v$  nicht nur ihre Länge sondern auch ihre Breite und Höhe. Die dabei eintretende Volumenänderung  $\Delta V = V_2 - V_1$  ist:

$$\Delta V = \gamma \cdot V_1 \cdot \Delta v \quad \Rightarrow \quad V_2 = V_1 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta v)$$

*$V_2 = V_1 + \Delta V$*

Der Volumenausdehnungskoeffizient  $\gamma$  lässt sich bei festen Körpern aus dem Längenausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  errechnen. Es ist:  $\gamma = 3 \cdot \alpha$

Merke: Körper dehnen sich nach aussen aus; sind sie hohl, so dehnen sie sich aus als wäre der gesamte Körper voll (z.B. eine hohle Kugel)

#### Aufgaben

- 1) Eine Eisenbrücke ist 635 m lang. Welchen Temperaturschwankungen darf sie ausgesetzt werden, wenn das bewegliche Auflager ein Spiel von 54 cm hat?
- 2) Bei einer Temperatur von 15°C werden 30 m lange Eisenbahnschienen verlegt. Wie gross muss man den Zwischenraum zwischen den einzelnen Schienen machen, damit bis zu einer Temperatur von 50°C eine freie Ausdehnung erfolgen kann?
- 3) Ein Kupferstab hat bei der Temperatur  $v_0 = 0^\circ\text{C}$  die Länge  $l_0 = 1$  m. Bei der Temperatur  $v_1$  hat er die Länge  $l_1 = 1,00136$  m. Wie hoch ist die Temperatur  $v_1$ ?
- 4) Um welches Stück  $s$  ist die Gesamtlänge der Schienen der Bahnstrecke Hamburg-Frankfurt bei der Sommertemperatur  $v_1 = 30^\circ\text{C}$  grösser als bei der Wintertemperatur  $v_2 = -10^\circ\text{C}$ , wenn bei der Temperatur  $v_0 = 0^\circ\text{C}$  die Gesamtlänge der Schienen  $l_0 = 540$  km ist?
- 5) Erwärmt man zwei Aluminiumschienen von der ursprünglichen Gesamtlänge 8 m um 70°C, verlängert sich die eine um 2 mm mehr als die andere. Welche Länge haben die beiden Schienen einzeln?
- 6) Die Stossfuge zwischen den je 25 m langen Eisenbahnschienen verengt sich bei Erwärmung von 5°C auf 20°C um 30 % ihres Anfangswertes. Bei welcher Temperatur schliessen sich die Schienen völlig zusammen und wie gross ist der anfängliche Abstand?
- 7) Welcher Querschnitt muss einer bei 18°C angefertigten Messdüse von kreisförmigem Querschnitt aus Chromnickelstahl gegeben werden, damit sie bei einer Betriebstemperatur von 350°C einen Querschnitt von 25 mm<sup>2</sup> hat? ( $\alpha = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ )
- 8) Eine Bleikugel hat bei  $v_0 = 0^\circ\text{C}$  einen Durchmesser von  $d = 60$  mm. Wie gross ist der Rauminhalt bei  $v_0$  und bei  $v_1 = 100^\circ\text{C}$ ? ( $\alpha = 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ ). *Um wieviel ist der Durchmesser größer geworden?*

## 5. Wärmeausdehnung von Flüssigkeiten

Die Wärmedehnzahl  $\gamma$  ist bei Flüssigkeiten wegen der geringeren Kohäsionskräfte erheblich grösser als bei festen Stoffen (z.B. bei Wasser 14-mal und bei Alkohol 32-mal grösser als bei Stahl).

Einige Wärmedehnzahlen in  $1/^\circ\text{C}$

|               |                      |
|---------------|----------------------|
| Azeton        | $1,43 \cdot 10^{-3}$ |
| Aethylalkohol | $1,08 \cdot 10^{-3}$ |
| Benzol        | $1,05 \cdot 10^{-3}$ |
| Quecksilber   | $1,8 \cdot 10^{-4}$  |
| Wasser        | $1,3 \cdot 10^{-4}$  |

Bei Flüssigkeiten gilt die Formel:

$$V_2 = V_1 \cdot (1 + \gamma_s \cdot \Delta v) \quad \gamma_s = \text{scheinbare Wärmedehnzahl}$$

Scheinbare Ausdehnung: Beim Erwärmen eines mit Wasser gefüllten Glaskolbens steigt nicht der gesamte Volumenzuwachs der Flüssigkeit in der Steigröhre hoch, weil sich das Gefäss auch ausdehnt; nur die Volumenänderung

$$\Delta V = \Delta V_{\text{Flüssigkeit}} - \Delta V_{\text{Gefäss}} = V \cdot (\gamma_{\text{Flüssigkeit}} - \gamma_{\text{Gefäss}})$$

ist an der Steigröhre zu beobachten.

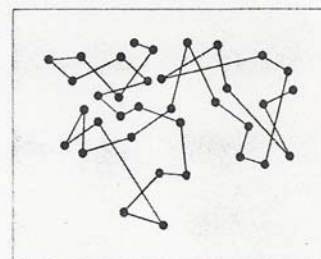
$$\gamma_s = \gamma_{\text{Fl}} - \gamma_{\text{Ge}} \approx \gamma_{\text{Fl}}$$

### Aufgaben

- Der Benzintank eines Pkw besteht aus Eisenblech und hat ein Fassungsvermögen von 56 Liter. Der Tank wird mit Benzin der Temperatur  $v_1 = 10^\circ\text{C}$  randvoll gefüllt. Da anschliessend der Pkw im prallen Sonnenschein abgestellt wird, erhöht sich die Temperatur des Benzintanks und des Benzins auf  $v_2 = 25^\circ\text{C}$ . Wieviel Benzin fliesst aus dem Tank aus? ( $\gamma_{\text{Fe}} = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ } 1/^\circ\text{C}$ ;  $\gamma_{\text{Benzin}} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ } 1/^\circ\text{C}$ )
- Berechne die Dichte von Quecksilber bei  $180^\circ\text{C}$ , wenn die Dichte bei  $0^\circ\text{C}$   $13,6 \text{ kg/dm}^3$  beträgt! ( $\gamma_{\text{Hg}} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ } 1/^\circ\text{C}$ )
- Ein Glaskolben (Rauminhalt bei  $0^\circ\text{C}$ :  $600 \text{ cm}^3$ ) wird ganz mit Quecksilber von  $0^\circ\text{C}$  gefüllt und dann in einem Wasserbad auf  $60^\circ\text{C}$  erwärmt. Dabei fliessen  $5,72 \text{ cm}^3$  Quecksilber aus. Berechne unter Berücksichtigung der Ausdehnung des Glaskolbens den  $\gamma$ -Wert von Quecksilber! ( $\gamma_{\text{Glas}} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{C}$ )



Versuch: In einigen Tropfen Wasser rührt man vorsichtig mit einem Stückchen chinesischer Tusche, von der sich dabei winzig kleine Teilchen (Russteilchen) ablösen. Betrachtet man die Wassertröpfchen im Mikroskop bei etwa 600-facher Vergrößerung, so erkennt man deutlich eine anhaltende zitternde Bewegung der Teilchen.



Brownsche Bewegung

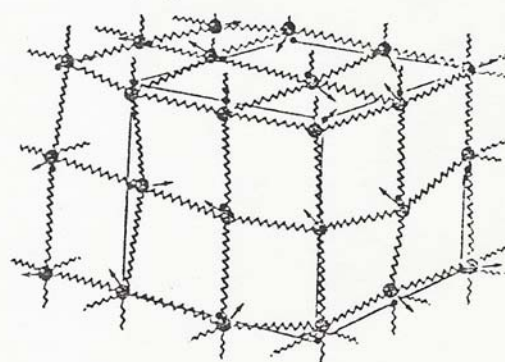
Diese Erscheinung nennt man nach ihrem Entdecker dem englischen Botaniker Brown die Brownsche Molekularbewegung.

Deutung des Versuches: Die Bewegung der Russteilchen kann nur dadurch entstehen, dass die unsichtbaren Wassermoleküle unregelmässige und rasche Bewegungen ausführen und dabei ständig an die Russteilchen anstossen. Bei Erhöhung der Temperatur wird, wie Versuche zeigen, die Zitterbewegung lebhafter: Die Geschwindigkeit der Moleküle wächst also mit steigender Temperatur.

Das, was man Temperatur eines Körpers nennt, beruht also auf der ungeordneten Bewegung seiner Atome, Moleküle und Ionen. Schnelle Bewegung bedeutet hohe, langsame Bewegung bedeutet tiefe Temperatur. Völlige Ruhe herrscht erst am absoluten Nullpunkt. Die gesamte (kinetische) Energie der Teilchen eines Körpers bezeichnet man als innere Energie dieses Körpers. Diese innere Energie eines Körpers kann durch Wärmezufuhr vergrößert, durch Wärmeentzug verringert werden. Erwärmung bedeutet also Energiezufuhr, Abkühlung Energieentzug.

Deutung der thermischen Ausdehnung mit Hilfe der kinetischen Wärmetheorie

In Festkörpern sind die Teilchen gitterartig angeordnet und an einen bestimmten Ort gebunden, um den sie aber Schwingbewegungen ausführen können. In den Flüssigkeiten geben sie ihre feste Lage im Gitter auf und besitzen daher mehr Bewegungsfreiheit. In Gasen schwirren sie wie Mücken im Raum umher und erzeugen durch ihren Aufprall an den Wänden den



Gasdruck. Da eine Temperaturerhöhung eine Steigerung der mittleren Teilchengeschwindigkeit bedeutet, werden die Moleküle bei rascheren Bewegungen (also bei Erwärmung) mehr Bewegungsfreiheit und damit mehr freien Raum benötigen als bei weniger raschen. Auf diese Weise erklärt sich die thermische Ausdehnung der Körper.

Auch die relativ stärkere Ausdehnung der Gase ist dadurch zu erklären, dass bei Gasen die gegenseitige Anziehungskräfte der Moleküle fehlen, was die Bewegungsfreiheit wesentlich erhöht.

17. Die Ausbreitung der Wärme

Wärme kann von einem wärmeren auf einen kälteren Körper auf drei verschiedene Arten übertragen werden und zwar durch Wärmeströmung, durch Wärmeleitung oder durch Wärmestrahlung.

17.1. Die Wärmeströmung oder Konvektion

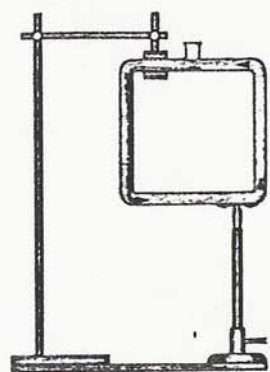
Bei einseitiger Erwärmung setzt in Flüssigkeiten (und Gasen) eine Strömung ein, die gleichzeitig Wärme befördert. Sie heisst Wärmeströmung oder Konvektion und kommt dadurch zustande, dass warmes Wasser leichter ist als kaltes Wasser und daher aufsteigt.

Beispiele: Warmwasserheizung in Häusern

Golfstrom (= warme Meeresströmung im nördlichen Atlantik die ihren Ursprung im Golf von Mexiko hat)

Zug in Schornsteinen

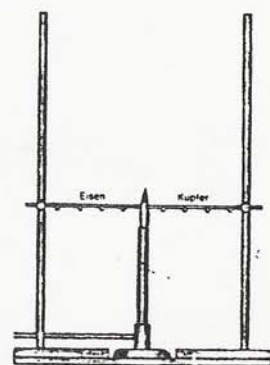
Warmluftheizung



17.2. Die Wärmeleitung oder Konduktion

Gleich dicke Stäbchen von etwa 20 cm Länge aus Eisen, Kupfer, Zink und Glas, an denen in gleichen Abständen kleine Wachskugeln angeklebt sind, werden gleich weit in eine Bunsenflamme gebracht. An den abfallenden Wachskugeln kann man die unterschiedliche "Wärmeleitung" von verschiedenen Stoffen verfolgen.

Bei dieser Art des Wärmetransportes wandert demnach die Wärme in Körpern von warmen Stellen zu benachbarten kälteren Stellen und zwar wird sie unmittelbar von Molekül zu Molekül weitergeleitet. Dabei zeigt sich, dass verschiedene Stoffe verschieden gute Wärmeleiter sein können. Im allgemeinen sind Metalle gute Wärmeleiter in der Reihenfolge Silber, Kupfer, Aluminium, Eisen, Quecksilber usw.



Erwärmt man ein schief gehaltenes, mit kaltem Wasser gefülltes Reagenzglas am oberen Ende, so kommt nach kurzer Zeit das Wasser am oberen Ende des Reagenzglases zum Sieden, während ein durch Bleidraht beschwertes Eisstück erst nach längerer Zeit anfängt zu schmelzen. Wasser, und auch andere Flüssigkeiten mit Ausnahme von Quecksilber, sind demnach schlechte Wärmeleiter. Am schlechtesten jedoch leiten Gase, wenn keine Wärmeströmung in ihnen möglich ist.



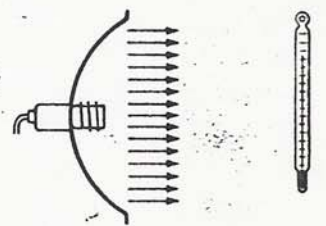
Sehr schlechte Wärmeleiter sind ausser den Gasen auch Wolle, Glaswolle, Papier, Pappe, Kork, Federn, Schnee, Eis, poröse Kunststoffe usw. Man verwendet sie daher als "Wärmeisolierstoffe".

Anwendungen

- grossflächige Metallrippen sind gute Wärmeableiter bei Heizungen und Motoren
- Thermosflaschen sind doppelwandige Gefässe mit luftleerem Zwischenraum
- die Schneedecke schützt die Saaten gegen strenge Kälte
- weitere Beispiele: Topflappen, Pelzkleidung, Doppelfenster, Eishütte der Eskimos, Hohlbausteine, Kühlschrank, Gefriertruhe, usw.

3. Die Wärmestrahlung

Der Wärmetransport von einem wärmeren Körper zu einem kälteren Körper ohne Mitwirkung Wärmestrahlen gehen nicht nur von lichtaussendenden heissen Körpern aus, sondern auch von nichtleuchtenden Körpern, sofern ihre Eigentemperatur höher ist als die der Umgebung. Die Wärmestrahlen selbst sind unsichtbar. Sie erwärmen die Körper auf die sie treffen.



Heizsonne als Wärmestrahler

Beispiele: Sonne, Heizsonne, Infrarotlampe, Heizkörper, Ofen, Grill, usw.

Treffen Wärmestrahlen auf einen dunklen Körper mit rauher Oberfläche, so werden sie von diesem fast vollständig verschluckt (absorbiert), während helle Körper mit blanker Oberfläche die auffalende Wärmestrahlung grösstenteils zurückwerfen (reflektieren). Schwarze Körper strahlen ausserdem die Wärmeleichte wieder ab als helle oder spiegelnde Körper gleicher Temperatur. (Radiometer)

Aufgaben

- 1) Aus welchen Stoffen bestehen Pfannen, Kochtöpfe und Bügeleisen? Weshalb?
- 2) Aus welchen Stoffen bestehen die Griffe der Kochtöpfe und der Bügeleisen? Weshalb?
- 3) Weshalb serviert man warme Speisen auf Porzellantellern und nicht auf Metalltellern?
- 4) Welche Farben benutzt man zum Anstreichen der Kühlschränke und der Kühlwagen? Weshalb?



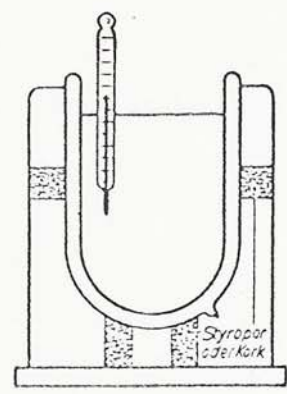
## 2 Die Wärmeenergie

### 2.1. Wärmeenergie und spezifische Wärmekapazität

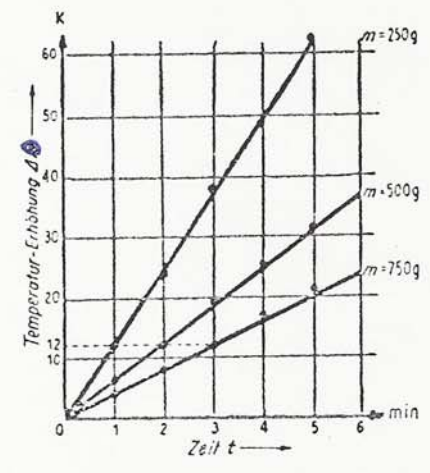
Da, wie schon erwähnt, die Wärme oder Wärmemenge eine Art Energie ist, wird sie wie jede andere Energieart auch, in Joule (J) gemessen und mit dem Formelzeichen W bezeichnet.

Die Wärme, die man einem Körper zuführen will, kann mechanisch (durch Reibung), elektrisch (durch den elektrischen Strom) oder chemisch (durch Verbrennung) "erzeugt" werden. Dabei wird entweder mechanische, elektrische oder chemische Energie in Wärme umgewandelt.

Zur Bestimmung der Wärmeenergie eines Körpers führen wir folgenden Versuch aus.



|             | 250 g                                     | 500 g | 750 g |
|-------------|---|-------|-------|
| Zeit in min | Temperatur Erhöhungen $\Delta\theta$ in K |       |       |
| 0           | 0   | 0     | 0     |
| 1           | 12  | 6     | 4     |
| 2           | 25  | 12    | 8     |
| 3           | 38  | 18    | 12    |
| 4           | 49  | 25    | 17    |
| 5           | 62  | 31    | 21    |



In einem Kalorimetergefäß werden mit Hilfe eines Tauchsieders bekannter Leistung verschiedene Mengen Wasser während einer bestimmten Zeit erwärmt, wobei bei Beginn des Versuches und nach jeder Minute die Temperatur gemessen und jeweils die Temperaturdifferenz  $\Delta v$  bezüglich der Anfangstemperatur berechnet wird. Die drei Erwärmungsvorgänge werden sodann in einem Schaubild grafisch dargestellt.

Wir stellen sodann fest:

- 1) Die Temperaturzunahmen  $\Delta v$  wachsen für ein und dieselbe Wassermenge gleichmäßig an. Die dem Wasser zugeführte Wärmeenergie W ist also proportional zur Zeit t und damit zur Temperaturerhöhung  $\Delta\theta$ .

$$W \sim \Delta\theta \text{ (wenn m konstant ist)}$$

- 2) Verschiedene Wassermengen werden bei Zufuhr gleicher Wärmeenergieportionen verschieden stark erwärmt. Die zur Erwärmung um gleiches  $\Delta v$  benötigte Wärmeenergie W ist also auch noch proportional zur Masse m des Wassers.

$$W \sim m \text{ (wenn } \Delta v \text{ konstant ist)}$$

Aus 1) und 2) folgt:  $W \sim m \cdot \Delta\theta$

oder:  $W = c \cdot m \cdot \Delta\theta$  (c = Proportionalitätskonstante)

$$W = c \cdot m \cdot (\theta_2 - \theta_1)$$



Wie ein weiterer Versuch zeigt benötigen gleiche Massen verschiedener Stoffe für die gleiche Temperaturerhöhung verschiedene Wärmeenergien. Die Grösse  $c$  trägt dem Rechnung. Sie ist also eine für den jeweiligen Stoff charakteristische Grösse und heisst spezifische Wärmekapazität. Ihr Zahlenwert gibt an, welche Wärmeenergie, in J oder kJ, zur Erwärmung von 1 kg eines bestimmten Stoffes um 1 K (= 1°C) aufzuwenden ist. Einige spezifische Wärmekapazitäten zwischen 0°C und 100°C in  $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ .

| Flüssigkeiten     | Metalle           | andere feste Stoffe | Gase<br>(bei konst. Druck) |
|-------------------|-------------------|---------------------|----------------------------|
| Wasser 4,19       | Aluminium 0,89    | Eis 2,0             | Wasserstoff 14,3           |
| Alkohol 2,43      | Stahl 0,48...0,67 | Erdreich 1,3...2,5  | Helium 5,2                 |
| Glycerin 2,39     | Nickel 0,44       | Mauerwerk 0,8...2,0 | Wasserdampf 1,9            |
| Aceton 2,18       | Messing 0,39      | Holz 1,0...1,7      | Stickstoff 1,05            |
| Petroleum 2,13    | Kupfer 0,38       | Porzellan 0,92      | Luft 1,0                   |
| Benzol 1,72       | Silber 0,23       | Glas 0,8            | Sauerstoff 0,92            |
| Öl 1,9...2,1      | Platin 0,134      | Gummi 1,4...2,1     | Kohlendioxid 0,84          |
| Quecksilber 0,138 | Blei 0,130        |                     | Chlor 0,5                  |

### Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität von Wasser

Wir erwärmen mit Hilfe eines Tauchsieders während einer bestimmten Zeit  $t$  eine bestimmte Masse  $m$  Wasser.

Angaben: Leistung des Tauchsieders:  $P = 1000 \text{ W}$

Zeit:  $t = 45 \text{ s}$

Wassermasse:  $m = 0,750 \text{ kg}$

Anfangstemperatur:  $v_1 = 20 \text{ °C}$

Endtemperatur:  $v_2 = 33 \text{ °C}$

Temperaturunterschied:  $\Delta v = v_2 - v_1 = 13 \text{ °C} = 13 \text{ K}$

Die vom Tauchsieder abgegebene Energie beträgt:  $W' = P \cdot t = 36000 \text{ J}$

Kann von Wärmeverlusten abgesehen werden, so ist die vom Wasser aufgenommene Wärmeenergie  $W$  gleich der vom Tauchsieder abgegebenen Energie  $W'$ .

$$W = 36000 \text{ J} = 36 \text{ kJ}$$

Die spezifische Wärmekapazität des Wassers ergibt sich sodann aus:

$$c = \frac{W}{m \cdot \Delta v} = 3,69 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

Experimentell ermittelter Wert von  $c = \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$

richtiger Wert:  $c = 4,1868 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$

Zur Erwärmung von 1 kg Wasser um 1 K benötigt man also eine Energie von 4,19 kJ. Früher nannte man die Wärmeenergie 4,19 kJ eine Kilokalorie (kcal).

### 2.2. Die Wärmekapazität und der Wasserwert

Auch ein Behälter, in dem eine Flüssigkeit erwärmt wird, bedarf einer Wärmezufuhr. Die Wärmeaufnahme lässt sich über die Wärmekapazität des Gefässes berechnen.



Die Wärmekapazität gibt an, welche Wärmemenge einem Körper der Masse  $m_K$  und der spezifischen Wärmekapazität  $c_K$  zugeführt werden muss, um seine Temperatur um 1 K (= 1°C) zu erhöhen.

$$\text{Wärmekapazität} = c_K \cdot m_K \quad (\text{in J/K})$$

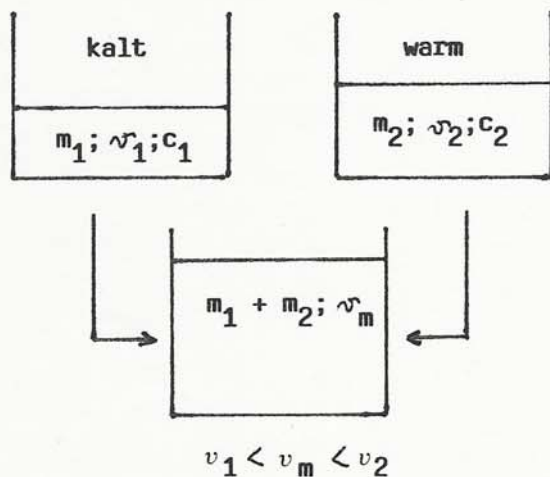
Man kann sich aber auch statt des Gefäßes ersatzweise eine Wassermenge  $m_W$  vorstellen, die die gleiche Temperatur annimmt wie das in das Gefäß eingefüllte Wasser. Diese zusätzliche Wassermenge  $m_W$  (in kg), die also die gleiche Wärme aufnimmt wie das Gefäß, wird Wasserwert des Gefäßes genannt.

### 2.3. Bestimmung der Mischungstemperatur von zwei Flüssigkeiten

Zur Berechnung der Mischungstemperatur bei Mischungen beliebiger Art sind zwei Erfahrungstatsachen von Bedeutung:

- 1) Wärme verhält sich wie ein unzerstörbarer Stoff. Eine einmal vorhandene Wärme kann niemals spurlos verschwinden. Sieht man von Wärmeverlusten ab, so gilt nach dem Wärmeausgleich: Wärmeverlust der ursprünglich heißen Flüssigkeit = Wärmegewinn der ursprünglich kalten Flüssigkeit.
- 2) Haben zwei Körper unterschiedliche Temperaturen, so wird die Wärme so lange vom wärmeren zum kälteren Körper übergehen, bis sich überall dieselbe Temperatur, die "Mischungstemperatur  $v_m$ ", einstellt.

Die Flüssigkeitsmengen  $m_1$  ( $v_1; c_1$ ) und  $m_2$  ( $v_2; c_2$ ) werden gemischt.



Es gilt:

Wärmeabgabe der heißen Flüssigkeit = Wärmeaufnahme der kalten Flüssigkeit

$$W_{ab} = W_{zu}$$

$$c_2 m_2 (v_2 - v_m) = c_1 m_1 (v_m - v_1)$$

$$c_2 m_2 v_2 - c_2 m_2 v_m = c_1 m_1 v_m - c_1 m_1 v_1$$

$$c_2 m_2 v_2 + c_1 m_1 v_1 = c_1 m_1 v_m + c_2 m_2 v_m$$

$$c_2 m_2 v_2 + c_1 m_1 v_1 = (c_1 m_1 + c_2 m_2) v_m$$

$$v_m = \frac{c_1 m_1 v_1 + c_2 m_2 v_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$$

Mischt man warmes Wasser mit kaltem Wasser:  $c_1 = c_2 = 4,19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  so vereinfacht sich die Formel zu

$$v_m = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Versuch:  $m_1 =$  errechneter Wert für  $v_m =$   
 $m_2 =$  gemessener Wert für  $v_m =$   
 $v_1 =$   
 $v_2 =$

Der durch den Versuch ermittelte Wert für  $v_m$  liegt niedriger als der berechnete. Ursache: Das ursprünglich kalte Gefäß wird, wie schon erwähnt, miterwärmt, und bei der Berechnung blieb diese Wärmeaufnahme unberücksichtigt. Zudem führt der ebenfalls unberücksichtigte Wärmeverlust an die Umgebung zu einem kleineren Wert von  $v_m$ .

□ Aufgaben 1 & 2  
**2.4. Mischungstemperatur unter Berücksichtigung der Wärmeabgabe an Gefäß und Umgebung**

Beide Einflüsse, sowohl die Berücksichtigung der Wärmekapazität (oder des Wasserwertes) des Gefäßes als auch die Beachtung der Wärmeabgabe an die Umgebung, führen zu einer niedrigeren Mischungstemperatur. Jedoch ist zu beachten, dass sich die Wärmeaufnahme des Gefäßes nur dann in diesem Sinne bemerkbar macht, wenn die Mischung im Gefäß des kalten Wassers erfolgt. Bei Mischung im Gefäß des heißen Wassers würde sich das Gefäß auf die Mischungstemperatur abkühlen, was mit einer Wärmeabgabe an das Wasser verbunden wäre.

Das ursprünglich kalte Gefäß (Temperatur  $v_1$ ; Masse  $m_K$ ; spez. Wärmekapazität  $c_K$ ) nimmt nach der Mischung die Temperatur  $v_m$  an. Die allein dem Gefäß zugeführte Wärmeenergie beträgt also  $c_K m_K (v_m - v_1)$ . Hieraus folgt:

$$W_{ab} = W_{zu}$$

!  $c_2 m_2 (v_2 - v_m) = c_1 m_1 (v_m - v_1) + \underbrace{c_K m_K (v_m - v_1)}_{\text{Wärmeabgabe an Gefäß}} + \underbrace{W_V}_{\text{Wärmeabgabe an Umgebung}}$

$$\implies c_2 m_2 (v_2 - v_m) = (c_1 m_1 + c_K m_K) (v_m - v_1) + W_V$$

Hieraus folgt dann:

$$v_m = \frac{(c_1 m_1 + c_K m_K) v_1 + c_2 m_2 v_2 - W_V}{c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_K m_K}$$

Bemerkung: Wärme stellt eine Energieform dar. Für eine bestimmte Flüssigkeitsmenge muss daher sofort angegeben sein, welche Wärmeenergie in ihr enthalten ist. Genauso wie bei der Lageenergie eines Körpers die Bezugshöhe beliebig gewählt werden kann, so ist auch die Bezugstemperatur für die Wärmeenergie willkürlich wählbar. Aus zweckmäßigen Gründen legt man fest:

- (1): Eine Flaschenabgabe benötigt 1 l Wasser von  $40^\circ\text{C}$ . Es steht kaltes Wasser von  $10^\circ\text{C}$  und warmes Wasser von  $85^\circ\text{C}$  zur Verfügung. Welche Mengen an kaltem und warmem Wasser werden benötigt?
- (2): 40 kg warmes Wasser von  $100^\circ\text{C}$  werden mit 60 kg kaltem Wasser vermischt. Endtemp.  $80^\circ\text{C}$ . Welche Temperatur hat das kalte Wasser?



Die Wärmeenergie einer Flüssigkeit (oder eines Körpers) soll von  $0^\circ\text{C}$  an gerechnet werden. Die Flüssigkeit (oder ein Körper) von  $0^\circ\text{C}$  hat demnach die Wärmeenergie Null, bezogen auf die Temperatur  $0^\circ\text{C}$ .

$$W = c \cdot m \cdot (\vartheta - \vartheta_0) \quad \vartheta_0 = 0^\circ\text{C}$$

## 2.5. Bestimmung der spez. Wärmekapazität eines festen Körpers

Beim Eintauchen eines heißen Festkörpers (z.B. eines Stück Kupfers oder besser noch einer bestimmten Menge Kupferspäne) in kaltes Wasser, stellt sich sehr rasch ein Temperaturengleich zwischen Kupfer und Wasser ein. Für die Berechnung ist es völlig gleichgültig, ob der Wärmeaustausch zwischen zwei Flüssigkeiten oder zwischen einer Flüssigkeit und einem Festkörper erfolgt.

Kupferspäne (Masse:  $m_1$ ; Temperatur:  $v_1$ ; spez. Wärmekapazität:  $c_1$ )

Wasser (Masse:  $m_2$ ; Temperatur:  $v_2$ ; spez. Wärmekapazität:  $c_2$ )

Vom Kupfer abgegebene Wärmeenergie:  $W_{\text{ab}} = c_1 m_1 (v_1 - v_m)$

Vom Wasser aufgenommene Wärmeenergie:  $W_{\text{zu}} = c_2 m_2 (v_m - v_2)$

Unter Berücksichtigung der Wärmekapazität des Kalorimetergefäßes und der Wärmeverluste an die Umgebung erhält man dann:

$$c_1 m_1 (v_1 - v_m) = (c_2 m_2 + c_K m_K) (v_m - v_2) + W_V$$

Hieraus folgt:

$$c_1 = \frac{(c_2 m_2 + c_K m_K) (v_m - v_2) + W_V}{m_1 (v_1 - v_m)}$$

(Bestimmung der spez. Wärmekapazität des eingebrachten Körpers)

$$v_1 = \frac{(c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_K m_K) v_m - (c_2 m_2 + c_K m_K) v_2 + W_V}{c_1 m_1}$$

(Bestimmung der Temperatur des eingebrachten Körpers)

Bemerkung: Selbstverständlich lässt sich die spez. Wärmekapazität oder die Temperatur einer unbekanntem Flüssigkeit nach demselben Verfahren bestimmen. Man gibt dann statt Wasser die Masse  $m_2$  der zu messenden Flüssigkeit in das Kalorimetergefäß und nimmt den heißen Körper aus einem Stoff bekannter Wärmekapazität  $c_1$ .

### Aufgaben

- 1) Ein Tauchsieder liefert je Sekunde 0,2 kcal. Welche Temperaturerhöhung erfolgt bei 5 Liter Wasser, wenn das Gerät nach 15 Minuten abgeschaltet wird?
- 2) Die Flamme des Bunsenbrenners liefert 0,18 kcal/s. Wieviel kg Olivenöl können damit in 15 Minuten von  $20^\circ\text{C}$  auf  $70^\circ\text{C}$  erwärmt werden? ( $c = 1,97 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ )



- 3) Mit Hilfe eines Tauchsieders wird Benzol der Masse  $m_1 = 750 \text{ g}$  erwärmt. Die Temperatur steigt dabei in der Zeit  $t_1 = 3 \text{ min. } 35 \text{ s}$  um  $50^\circ\text{C}$ . Berechne die Heizleistung des Tauchsieders! Mit Hilfe dieses Tauchsieders wird danach Glycerin der Masse  $m_2$  erwärmt. Die Temperatur des Glycerins steigt dabei in der Zeit  $t_2 = 2 \text{ min. } 24 \text{ s}$  um  $15^\circ\text{C}$ . Wie gross ist die Masse  $m_2$  des Glycerins?  
 ( $c_{\text{Benzol}} = 1,72 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ;  $c_{\text{Glycerin}} = 2,4 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )
- 4) Eine Badewanne soll mit 300 Liter Wasser der Temperatur  $38^\circ\text{C}$  gefüllt werden. Es steht siedendes Wasser ( $v_1 = 100^\circ\text{C}$ ) und Leitungswasser ( $v_2 = 16^\circ\text{C}$ ) zur Verfügung. Wieviel Liter von jeder Sorte ist zu nehmen?
- 5) In einem Behälter befindet sich ein Liter Wasser von  $18^\circ\text{C}$ . Es werden  $1,5 \text{ Liter Wasser}$  von  $56^\circ\text{C}$  hinzugeschüttet. Welche Mischungstemperatur stellt sich ein,  
 a) wenn man die Wärmeabgabe an Gefäss und Umgebung unberücksichtigt lässt  
 b) wenn man beachtet, dass das Mischungsgefäss, das ursprünglich das kalte Wasser enthielt, aus Glas ( $c = 0,8 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ) ist, die Masse  $2 \text{ kg}$  hat  
 c) wenn man beachtet, dass zusätzlich noch ein Wärmeverlust von  $17,6 \text{ kJ}$  an die Umgebung stattfindet?
- 6) In einem Aluminiumbehälter ( $m_K = 0,45 \text{ kg}$ ) befinden sich  $4 \text{ Liter Wasser}$  von  $20^\circ\text{C}$ . Welche Mischungstemperatur stellt sich ein, wenn  $2,5 \text{ Liter Wasser}$  von  $80^\circ\text{C}$  zugegeben werden,  
 a) ohne Berücksichtigung von Wärmeabgabe an Gefäss und Umgebung  
 b) unter Berücksichtigung der Wärmefaufnahme des Gefässes  
 c) unter Berücksichtigung einer zusätzlichen Wärmeabgabe von  $4 \%$  der Wärmeenergie des heissen Wassers an die Umgebung?
- 7) In einem Gefäss (<sup>aus Aluminium</sup>  $1,2 \text{ kg}$ ) befinden sich  $4 \text{ Liter Wasser}$  von  $22^\circ\text{C}$ . Nach dem Hinzugiesen von  $6 \text{ Liter Wasser}$  von  $60^\circ\text{C}$  stellt sich eine Mischungstemperatur von  $41^\circ\text{C}$  ein. Wie gross war bei der Mischung die Wärmeabgabe an die Umgebung in  $\text{kJ}$  und in Prozent der Wärmeenergie des heissen Wassers? Die Wärmekapazität des Gefässes ist zu berücksichtigen.
- 8) Eine Messingkugel ( $m = 0,3 \text{ kg}$ ) wird unmittelbar aus einem Glühofen in  $3 \text{ Liter Wasser}$  abgekühlt. Wie gross ist die spez. Wärmekapazität des Messings, wenn die Ofentemperatur  $356^\circ\text{C}$  betrug und sich eine Temperaturerhöhung des Wassers von  $20^\circ\text{C}$  auf  $23^\circ\text{C}$  einstellt?
- 9) In einem Mischungsgefäss (Wärmekapazität:  $1,26 \text{ kJ.K}^{-1}$ ) befinden sich  $2 \text{ Liter Wasser}$  von  $20^\circ\text{C}$ . Nach Zugabe eines Kupferstückes mit einer Temperatur von  $500^\circ\text{C}$  stellt sich eine Mischungstemperatur von  $27^\circ\text{C}$  ein. Welche Masse hatte das Kupferstück?
- 10) Welche Anfangstemperatur hat eine glühende Kupferkugel von  $63 \text{ g}$  Masse, die in  $300 \text{ g}$  Wasser von  $18^\circ\text{C}$  geworfen, dieses auf  $37^\circ\text{C}$  erwärmt? ( $c_{\text{Cu}} = 0,385 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )

## 2.6 Wärmequellen / Brennwerte

Der für das Leben auf der Erde entscheidende Energiespender ist die Sonne. Jedes  $\text{m}^2$  der Erde, das senkrecht von den Sonnenstrahlen getroffen wird, erhält bei völlig klarem Himmel in jeder Sekunde etwa  $1 \text{ kJ}$  Energie zugestrahlt. Diese Energie kann von Pflanzen in chemischer Form gespeichert werden. In früheren Erdperioden entstanden daraus durch verschiedenartige Umwandlungen grosse Lager von Kohle, Öl und Erdgas. Das Verbrennen dieser sogenannten fossilen Brennstoffe (und auch Holz) ist heute (noch) für Technik und Haushalt die bedeutendste Wärmequelle und eine wesentliche Grundlage unseres hohen Lebensstandards.

Natürlich sind nicht alle brennbaren Stoffe gleichwertige Energiespender. Um einen Vergleich zu ermöglichen, bestimmt man ihren spezifischen Brennwert (Heizwert); darunter versteht man die bei der Verbrennung von  $1 \text{ kg}$  (oder  $1 \text{ m}^3$ ) Brennstoff entstehende Wärmeenergie.

|                    |                               |              |   |
|--------------------|-------------------------------|--------------|---|
| Beispiele: - Holz: | $14 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg}$ | - Stadtgas:  | $17,6 \cdot 10^3 \text{ kJ/m}^3$        |
| - Braunkohle:      | $12 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg}$ | - Ferngas:   | $19,0 \cdot 10^3 \text{ kJ/m}^3$        |
| - Steinkohle:      | $31 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg}$ | - Erdgas:    | $35 \dots 42 \cdot 10^3 \text{ kJ/m}^3$ |
| - Heizöl:          | $42 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg}$ | - Propangas: | $104 \cdot 10^3 \text{ kJ/m}^3$         |

Die beim Verbrennen von  $1 \text{ m}^3$  Erdgas entstehende Wärmemenge beträgt also ungefähr  $38 \cdot 10^3 \text{ kJ}$ . Von dieser Wärmemenge werden beim Kochen auf dem Gasherd in der Regel nur 30 bis 40 % genutzt. Ebenso entweicht ein beträchtlicher Teil der in den Heizungen und Öfen erzeugten Wärme durch den Schornstein ins Freie. Um zu beschreiben, ob ein Heizgerät die Wärme gut nutzt oder vergeudet, gibt man seinen Wirkungsgrad an. Man versteht darunter den Quotienten aus der tatsächlich genutzten Wärme zu der insgesamt aufgewandten Wärme.

$$\text{Wirkungsgrad } \eta = \frac{\text{genutzte Wärme}}{\text{aufgewandte Wärme}} \cdot 100 \%$$

## 2.7 Allgemeiner Energiesatz

Erstmals hat der deutsche Arzt Robert Mayer im Jahre 1842 die Vermutung ausgesprochen, dass Wärme eine Energieform ist. Er hat zugleich den Satz von der Arbeitserhaltung, der bis dahin nur für mechanische Arbeit galt, erweitert, indem er die Wärmeenergie mit einbezog. Als erster hat er auch erkannt, dass der Satz von der Erhaltung der Arbeit nur eine Teilerscheinung eines umfassenderen Prinzips darstellt, das die ganze Welt beherrscht. Einer der bedeutendsten und begabtesten deutschen Physiker, Hermann von Helmholtz begründete im Jahre 1847 exakt die Vorstellungen von R. Mayer und stellte eines der wichtigsten Naturgesetze auf, das Prinzip der Erhaltung der Energie:



In einem abgeschlossenen System, in dem sich beliebige mechanische, thermische, elektrische, chemische, optische, nukleare oder sonstige physikalische Vorgänge abspielen, bleibt die vorhandene Gesamtenergie unverändert.

Ist das System nicht abgeschlossen, so ist die Zunahme bzw. Abnahme der Gesamtenergie des Systems gleich der Summe der von aussen zugeführten bzw. nach aussen abgeführten Energien.

### 3 Gasgesetze

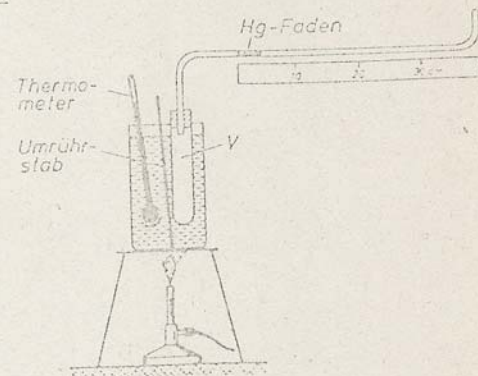
#### 3.1 Wärmeausdehnung von Gasen / Gesetz von Gay-Lussac

Gase dehnen sich bei Erwärmung noch erheblich stärker aus als Flüssigkeiten. Wird der (absolute) Druck des Gases konstant gehalten (z.B. indem man das Gas in einem Zylinder mit verschiebbarem Kolben einschliesst) so gilt auch hier das Gesetz:

$$V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta v$$

bzw.

$$V = V_0 \cdot (1 + \gamma \Delta v)$$



$V$  = Endvolumen bei der Temperatur  $v^\circ\text{C}$

$V_0$  = Ausgangsvolumen bei der Temperatur  $0^\circ\text{C}$  (daher ist auch  $\Delta v = v$ )

Wegen der sehr geringen Kohäsionskräfte ist die Wärmedehnzahl  $\gamma$  recht gross (rund 100-mal grösser als bei Stahl); ausserdem besitzen alle Gase, gleich welcher Art, näherungsweise dieselbe Wärmedehnzahl:

$$\gamma = 0,00366 \text{ } 1^\circ\text{C} = 1/273,15 \text{ } 1^\circ\text{C}$$

Die Volumenzunahme eines beliebigen Gases beträgt demnach je  $^\circ\text{C}$  Temperaturerhöhung rund  $1/273$  des Volumens, das die Gasmenge bei  $0^\circ\text{C}$  einnimmt. (273 Liter eines Gases von  $0^\circ\text{C}$  dehnen sich also bei Erwärmung um  $1^\circ\text{C}$  auf 274 Liter aus)

#### Gesetz von Gay-Lussac

Erwärmt man ein Gasvolumen  $V_0$  von  $0^\circ\text{C}$  auf die Temperatur  $v^\circ\text{C}$ , so vergrössert sich sein Volumen auf

$$V = V_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{273}\right) \quad \text{falls } p \text{ konstant ist}$$

Eine Folgerung des Gay-Lussac'schen Gesetzes: der absolute Nullpunkt

Vorbemerkung: Die Gesetze für die thermische Ausdehnung gelten nur so lange, wie die Körper ihre Zustandsform nicht ändern. Insbesondere gehen die Gase bei tiefen Temperaturen und hohen Drücken aber in den flüssigen Zustand über (z.B. Luft bei  $-196^\circ\text{C}$ )



Wendet man nun das Gay-Lussacsche Gesetz auf ein gedachtes "ideales" Gas (das sich nicht verflüssigen lässt) an, so stellt sich die Frage, bei welcher Temperatur ein solches Gas kein Volumen mehr besitzt. Aus der Gleichung

$$V = V_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{273^\circ\text{C}}\right)$$

folgt dann, da  $V = 0$

$$0 = V_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{273^\circ\text{C}}\right)$$

und, da  $V_0 \neq 0$

$$0 = 1 + \frac{v}{273^\circ\text{C}}$$

$$\implies v = -273^\circ\text{C} \text{ (genauer: } -273,15^\circ\text{C)}$$

Die tiefste überhaupt mögliche Temperatur beträgt demnach, wie schon erwähnt,  $-273^\circ\text{C}$   
 $\implies$  absoluter Nullpunkt

Unter Einführung der absoluten Temperatur (Kelvintemperatur) in das Gay-Lussacsche Gesetz erhält man:

$$V = V_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{273^\circ\text{C}}\right)$$

$$V = V_0 \cdot \left(\frac{273\text{ K} + v}{273\text{ K}}\right)$$

$$V = V_0 \cdot \frac{T}{T_0}$$

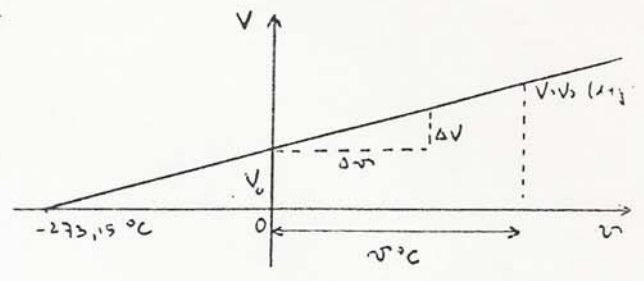
$T = 273\text{ K} + v = \text{absolute Temperatur bei } v^\circ\text{C}$

$T_0 = 273\text{ K} = \text{absolute Temperatur bei } 0^\circ\text{C}$

$$\implies \frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$$

$$\implies \boxed{\frac{V}{T} = \text{konstant, falls } p \text{ konstant ist}}$$

2. Fassung des Gay-Lussacschen Gesetzes



Aufgaben

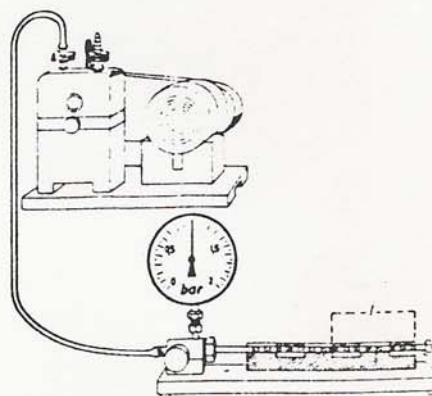
- 1) Wieviel Luft strömt aus einem Klassenzimmer (10 m x 6 m x 4 m) aus, wenn die Temperatur von  $0^\circ\text{C}$  auf  $20^\circ\text{C}$  erhöht wird?
- 2) Um wieviel Prozent vergrößert sich bei gleichbleibendem Druck das Volumen  $V$  eines Gases bei der Erwärmung von  $0^\circ\text{C}$  auf  $100^\circ\text{C}$ ?
- 3) Um wieviel K muss eine Luftmenge der Temperatur  $v_1 = 22^\circ\text{C}$  erwärmt werden, damit sich das Volumen der Luftmenge bei gleichbleibendem Druck verdoppelt?
- 4) Eine Sauerstoffmenge hat bei  $v_1 = 20^\circ\text{C}$  einen Rauminhalt von  $V_1 = 40$  Liter. Wie gross ist dieser bei  $v_2 = -20^\circ\text{C}$ , wenn der Druck konstant bleibt?
- 5) Eine Luftmenge von  $15\text{ dm}^3$  ist bei  $17^\circ\text{C}$  Temperatur in einem Zylinder eingeschlossen. Der reibungsfreie bewegliche Kolben hat eine Fläche von  $150\text{ cm}^2$ . Um wieviel cm wird er verschoben, wenn die Luft auf  $127^\circ\text{C}$  erwärmt wird?



### 3.2. Das Gesetz von Boyle-Mariotte

Die Erfahrung aus dem täglichen Leben (Fahrradpumpe) lehrt uns: eine Druckerhöhung bewirkt bei einer abgeschlossenen Gasmenge eine Volumenverkleinerung und umgekehrt.

Eine genauere Untersuchung der Abhängigkeit des Volumens einer abgeschlossenen Gasmenge vom Druck zeigt uns, dass, bei gleichbleibender Temperatur des Gases, das Produkt aus Volumen und absolutem Druck des Gases konstant bleibt.



#### Gesetz von Boyle-Mariotte

Das Produkt aus absolutem Druck und Volumen ist für eine abgeschlossene Gasmenge bei konstanter Temperatur konstant.

$$p \cdot V = \text{konstant, falls } T \text{ konstant ist}$$

#### Bemerkung

Bezeichnen wir bei zwei beliebigen Zuständen den ersten mit  $p_1 \cdot V_1$  und den zweiten mit  $p_2 \cdot V_2$ , so gilt:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

mit  $\rho = \frac{m}{V}$  und demnach  $V = \frac{m}{\rho}$  ergibt sich:

$$p_1 \cdot \frac{m_1}{\rho_1} = p_2 \cdot \frac{m_2}{\rho_2}$$

bei gleichbleibender Masse ergibt sich so:  $\frac{p_1}{\rho_1} = \frac{p_2}{\rho_2} \implies \boxed{\frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}}$

Bei einer eingeschlossenen Gasmenge verhalten sich die Dichten wie die Drücke.

#### Aufgaben

- 1) Das Manometer einer mit Sauerstoff gefüllten Stahlflasche zeigt einen Druck von 150 bar an. Die Flasche hat einen Rauminhalt von 50 Liter. Wieviel Liter Sauerstoff können bei 1013 mbar entnommen werden?
- 2) Vor einer Wetterverschlechterung fiel der Luftdruck von 1010 mbar auf 990 mbar. Wie ändert sich dabei das Volumen von 1 m<sup>3</sup> Luft? Wieviel Luft strömte aus einem Zimmer (10 x 6 x 4 m<sup>3</sup>) aus?
- 3) Ein Wetterballon hat ein Fassungsvermögen von  $V_1 = 50 \text{ m}^3$ . Er wird bei einem Atmos-

phärendruck von  $p_a = p_1 = 1020 \text{ hPa}$  mit Wasserstoff gefüllt. Zur Verfügung steht Wasserstoffgas unter einem Ueberdruck von  $p_e = 150 \text{ bar}$ . Wieviel Liter Gas werden zur Füllung benötigt?

- 4) Die Dichte von Neon beträgt bei  $0^\circ\text{C}$  und  $p_1 = 1013 \text{ hPa}$   $0,9 \text{ kg/m}^3$ . Wie gross ist sie bei  $0^\circ\text{C}$  und  $5 \text{ bar}$  Ueberdruck?
- 5) Erhöht man den Druck komprimierter Luft um  $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , so verringert sich das Volumen von  $100 \text{ Liter}$  auf  $60 \text{ Liter}$ . Wie gross ist der anfängliche Druck?

### 3.3. Die allgemeine Zustandsgleichung der Gase

Aus den beiden vorhergehenden Punkten wissen wir, dass eine Gasmenge nur dann eindeutig angegeben ist, wenn neben dem Volumen auch der Druck und die Temperatur des Gases bekannt sind. Geht nun ein Gas vom Zustand  $p_1, V_1, T_1$  in den Zustand  $p_2, V_2, T_2$  über, so lässt sich dieser Uebergang in zwei Etappen zerlegen. In einer ersten Etappe wird die Temperatur des Gases konstant gehalten ( $T = \text{konstant} \Rightarrow$  Gesetz von Boyle-Mariotte), und es entsteht aus dem Anfangsvolumen  $V_1$  das Zwischenvolumen  $V'$ . In einer zweiten Etappe wird dann der Gasdruck konstant gehalten ( $p = \text{konstant} \Rightarrow$  Gesetz von Gay-Lussac), wobei dann das Zwischenvolumen  $V'$  in das Endvolumen  $V_2$  übergeht.

$$\begin{aligned} T = \text{konstant} &\Rightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V' \\ &\Rightarrow V' = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p = \text{konstant} &\Rightarrow \frac{V'}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \\ &\Rightarrow V' = \frac{V_2 \cdot T_1}{T_2} \quad (2) \end{aligned}$$

aus (1) und (2) folgt: 
$$\frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} = \frac{V_2 \cdot T_1}{T_2}$$

und schliesslich:

$$\boxed{\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}}$$

Dieser gesetzmässiger Zusammenhang zwischen den drei Zustandsgrössen eines Gases, Druck, Volumen und Temperatur wird als die Zustandsgleichung der Gase oder als Gasgleichung bezeichnet. Die experimentelle Bestätigung der Zustandsgleichung der Gase erfolgt im Praktikum.

Bemerkung: Ein Gas im physikalischen Normzustand (oder Normalzustand) hat eine Temperatur von  $T_0 = 273 \text{ K}$  ( $= 0^\circ\text{C}$ ) und einen absoluten Druck von  $p_0 = 1013 \text{ hPa}$ .



### 3.4 Änderung der Dichte eines Gases bei Druck- und Temperaturänderung

Die Dichte eines Gases unter Normbedingungen sei  $\rho_0$ . Steht das Gas unter einem anderen Druck und unter anderer Temperatur, so ändert sich auch seine Dichte.

$$\rho_0 = 1013 \text{ hPa} ; T_0 = 273 \text{ K} \implies \rho_0 = \frac{m}{V_0} \implies V_0 = \frac{m}{\rho_0} \quad (1)$$

$$\text{bei } p_1 \text{ und } T_1 \implies \rho_1 = \frac{m}{V_1} \implies V_1 = \frac{m}{\rho_1} \quad (2)$$

(1) und (2) eingesetzt in der Zustandsgleichung  $\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1}$

ergibt:  $\frac{p_0 \cdot m}{\rho_0 \cdot T_0} = \frac{p_1 \cdot m}{\rho_1 \cdot T_1} \implies \frac{p_0}{\rho_0 \cdot T_0} = \frac{p_1}{\rho_1 \cdot T_1}$

und schliesslich:  $\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{p_1 \cdot T_0}{p_0 \cdot T_1}$  oder:  $\rho_1 = \rho_0 \cdot \frac{p_1 \cdot T_0}{p_0 \cdot T_1}$

#### Aufgaben

- Ein Behälter mit dem Volumen  $V_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$  wird bei der Temperatur  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  und dem Druck  $p_1 = 1015 \text{ hPa}$  verschlossen. Auf einem Berg wird er wieder geöffnet, nachdem der Inhalt sich auf die Aussentemperatur  $t_2 = -10^\circ\text{C}$  abgekühlt hat; der Aussendruck beträgt dort  $p_2 = 960 \text{ hPa}$ . Strömt beim Öffnen des Behälters Luft ein oder aus, und wie gross ist das Volumen dieser Luft?
- Eine Stahlflasche hat ein Volumen von 40 Liter und ist mit Sauerstoff gefüllt. Das Manometer zeigt morgens einen Druck von 1,7 bar bei einer Temperatur von  $12^\circ\text{C}$ . Nachmittags herrscht bei einer Temperatur von  $20^\circ\text{C}$  ein Druck von 1,55 bar. Welche Sauerstoffmasse ist entnommen worden? ( $\rho_0 = 1,43 \text{ kg/m}^3$  bei  $12^\circ\text{C}$ )
- Wie gross ist die Masse der Luft in einer Pressluft-Taucherflasche von 10 Liter Inhalt, die bei  $27^\circ\text{C}$  unter einem Druck von 200 bar steht? ( $\rho_0 = 1,293 \text{ kg/m}^3$ )
- In einer Stahlflasche befinden sich 40 Liter Sauerstoff bei einer Temperatur von  $20^\circ\text{C}$  und einem Druck von 150 bar. Wie gross ist das Volumen des Sauerstoffs bei Normbedingungen? Wie gross ist die Masse des Sauerstoffs? ( $\rho_0 = 1,43 \text{ kg/m}^3$ )
- Wie gross ist die Masse der Luft in einem Zimmer von  $50 \text{ m}^3$  Rauminhalt bei  $22^\circ\text{C}$  und 1050 hPa? ( $\rho_0 = 1,293 \text{ kg/m}^3$ )
- Ein Kraftwagenreifen wird auf ein Volumen von  $30 \text{ dm}^3$  und einen Druck von 3,5 bar mit Luft aufgepumpt. Durch das Zusammenpressen (Komprimieren) der Luft steigt ihre Temperatur auf  $38^\circ\text{C}$ . Auf welchen Druck verringert sich die Luft im Reifen, wenn sie sich nach einigen Minuten auf  $20^\circ\text{C}$  abgekühlt hat (Annahme: gleichbleibendes Volumen)

