Boost-Schaltwandler für Blitzgeräte

In Blitzgeräten wird ein Schaltwandler benutzt um den Blitzkondensator auf eine Spannung von einigen 100V zu laden. Oft werden dazu Sperrwandler (mit Transformator) benutzt. Für den Selbstbau einfacher sind Boost-Wandler mit einer einfachen Induktivität. Diese sind möglich geworden seit es MOSFETs mit hoher Durchbruchspannung gibt.

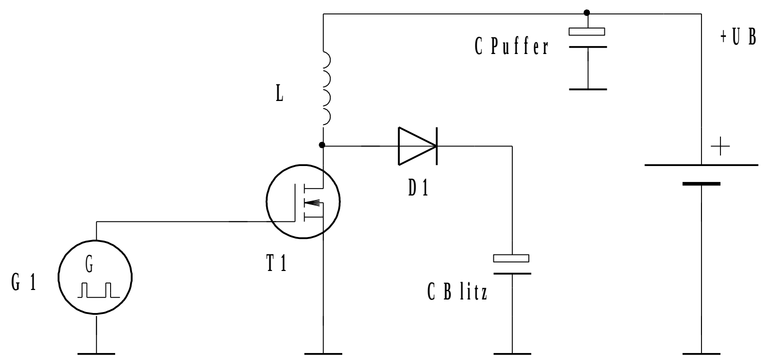
In der Literatur finden sich viele Artikel zu Schaltwandlern mit ohmscher Last, der hier vorkommende Fall mit starker rein kapazitiver Last wird nicht betrachtet, da er in normalen Netzteilen nicht vorkommt.

In dieser Arbeit sollen die theoretischen Grundlagen hergeleitet werden.

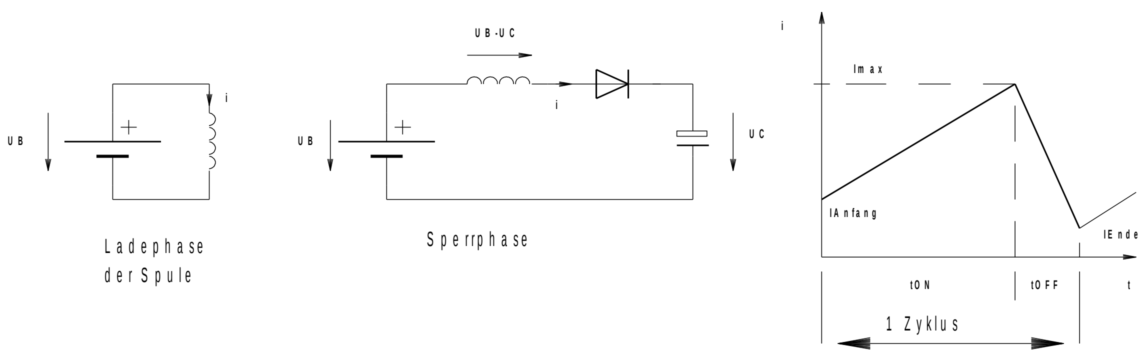
Dabei geht es zum Beispiel auch um die Frage, wie schnell der Kondensator prinzipiell bei idealen Bauteilen geladen werden kann.

Bei allen Überlegungen wird zunächst von idealen (verlustlosen) Bauteilen ausgegangen. Bei der Spule wird der Sättigungsstrom bei verschiedenen Überlegungen berücksichtigt.

<u>Prinzipschaltung:</u>



T1 schaltet abwechselnd die Spule ein (Ladephase der Spule) und aus (Sperrphase). Während der Ladephase nimmt die Spule aus der Batterie Energie auf und speichert sie in ihrem Magnetfeld. In der Sperrphase fließt der Strom über D1 weiter, die Energie wird an den Blitzkondensator abgegeben, so dass seine Spannung bei jeder Schaltperiode um einen bestimmten Betrag ansteigt.



CPuffer ist sehr wichtig, damit die Spannung bei den starken Stromspitzen nicht einbricht.

Anforderungen an die Bauteile:
T1 und D1 müssen natürlich den maximal auftretenden Strom aushalten.
Außerdem müssen sie im Sperrzustand die maximale Spannung am Blitzkondensator, also einige 100V, aushalten.
D1 muss eine sehr schnelle Diode sein, da die Sperrphase kurz ist.

Erste approximative Betrachtung

Beispiel: Spule 520µH mit 8A Sättigungsstrom und 6V Betriebsspannung.

Ladephase

Die Spule liegt über den Schalttransistor an der Betriebsspannung.
Bei Vernachlässigung der Verluste nimmt der Strom linear zu:

$$U_B = L \cdot \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{U_B}{L}$$

Hieraus ergibt sich der Zusammenhang zwischen maximalem Strom und Einschaltzeit:

$$\frac{I_{max}}{t_{ON}} = \frac{U_B}{L}$$

Bei gegebener Induktivität sind L und Imax (durch die Sättigung) vorgegeben, so dass die Einschaltzeit maximale t_{ON} berechnet werden kann.

$$t_{ON} = \frac{I_{max} \cdot L}{U_B}$$

im Beispiel: t_{ON} = 670µs

Pro Einschalt- Zyklus wird der Spule eine konstante Energie zugeführt:

$$W_{zuZyklus} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_{max}^2 = 16.6\text{mWs}$$

Wenn die Ausschaltzeit t_{OFF} konstant bleibt, die Periodendauer also konstant ist, wird der Schaltung eine konstante mittlere Leistung zugeführt, die aufgenommene Energie und damit auch die an den Blitzelko weitergegebene Energie nehmen also linear mit der Zeit zu.

Sperrphase

Es wird angenommen, dass sich die Spule vollständig über den Kondensator entlädt.
Dies ist der Fall, wenn die Ausschaltzeit t_{OFF} lang genug ist. Die benötigte Zeit dafür ist umso kürzer, je höher die Spannung am Blitzelko gestiegen ist, siehe später.

An der Spule liegt die Spannung $U_L = U_B - U_C$ an. Diese ist negativ, was bewirkt, dass der Strom nun linear mit der Zeit abnimmt. Wenn wir während eines Schaltzyklus U_C näherungsweise als konstant ansehen, was nicht ganz korrekt ist, ergibt sich:

$$U_B - U_C = L \cdot \frac{di}{dt} \rightarrow U_C - U_B = -L \cdot \frac{di}{dt}$$

Die Steigung des Stromes ist -Imax/dt, so dass man erhält:

$$U_C - U_B = \frac{L \cdot I_{max}}{dt}$$

Hier ist dt die Zeit die der Strom braucht um zu null zu werden.
Die Ausschaltzeit t_{OFF} sollte minimal dt lang sein. Dies ist bei fester Frequenz und festem Tastverhältnis gegen Ende der Ladung immer gegeben, da dann dt sehr kurz wird, am Anfang aber nicht. Wir können also, wenn t_{OFF} nicht angepasst wird, am Anfang der Ladung in den nichtlückenden Betrieb kommen (Überschreiten der Sättigungsstromstärke!).

Je höher die Spannung am Blitzelko ansteigt, umso kürzer wird die Stromflusszeit. Dies ist klar wenn man sich überlegt, dass konstante „Energiehäppchen“ $dW = W_{zuZyklus}$ an den Blitzelko weitergereicht werden. Da $dW = U_C \cdot I \cdot dt$ = const ist, wird dt umso kürzer je höher die Spannung U_C wird.

Als erstes soll aber angenommen werden, dass die Periodendauer und das Tastverhältnis konstant bleiben, t_{OFF} also nicht angepasst wird.
Probleme durch nichtlückenden Betrieb am Anfang sollen ebenfalls erst einmal vernachlässigt werden.

Dann haben wir den Fall, dass pro Periodendauer eine bestimmte Energie $dW = W_{zuZyklus}$ zugeführt wird. Die zugeführte Leistung ist konstant und die Energie steigt linear an:

$$W = P \cdot t$$

$$W = \frac{W_{zuZyklus}}{T} \cdot t$$

$$W = \frac{L \cdot I_{max}^2 \cdot t}{2T}$$

Diese Energie wird auf den Kondensator übertragen (bei 100% Wirkungsgrad vollständig):

$$\frac{1}{2} \cdot C_L \cdot U_C^2 = \frac{L \cdot I_{max}^2 \cdot t}{2T}$$

Durch Umstellen nach U_C erhält man die theoretische Ladekurve der Kondensatorspannung:

$$U_C = \sqrt{\frac{L}{C_L}} \cdot I_{max} \cdot \sqrt{\frac{t}{T}}$$

Diese Formel gilt näherungsweise für feste Periodendauer und 100% Wirkungsgrad.
Effekte durch gesättigte Induktivitäten und nichtlückenden Betrieb (am Beginn des Ladens) sind nicht berücksichtigt.

Die Spannung steigt proportional zur Quadratwurzel der Zeit an, am Anfang also schnell und dann immer langsamer.

Beispiel: Spule 520µH mit 8A Sättigungsstrom und 6V Betriebsspannung, CL = 470µF, T = 800µs. Nach t = 2s hat der Kondensator (theoretisch!) eine Spannung von 421V.

Berücksichtigt man den Wirkungsgrad in obiger Formel, so wird immer nur eine Energie

$\frac{1}{2} \cdot C_L \cdot U_C^2 = \eta \frac{L \cdot I_{max}^2 \cdot t}{2T}$ übertragen, und die Formel für die Spannung ist

$$\boxed{U_C = \sqrt{\eta \cdot \frac{L}{C_L}} \cdot I_{max} \cdot \sqrt{\frac{t}{T}}} \qquad (1)$$

(Approximation für den nichtlückenden Betrieb ohne Sättigung!)

Dies bedeutet dass der Wirkungsgrad spannungsmässig als $\sqrt{(\eta)}$ wirksam ist, ein Netzteil mit 50% Wirkungsgrad hat also nach der gleichen Zeit ungefähr 70% der Spannung im Vergleich zu einem solchen mit verlustlosen Bauteilen.

Eine Simulation mit SPICE zeigt, dass die vereinfachte Annahme einer während der Sperrphase konstanten Spannung am Blitzelko nicht richtig ist, vor allem zu Beginn der Kondensatorladung.

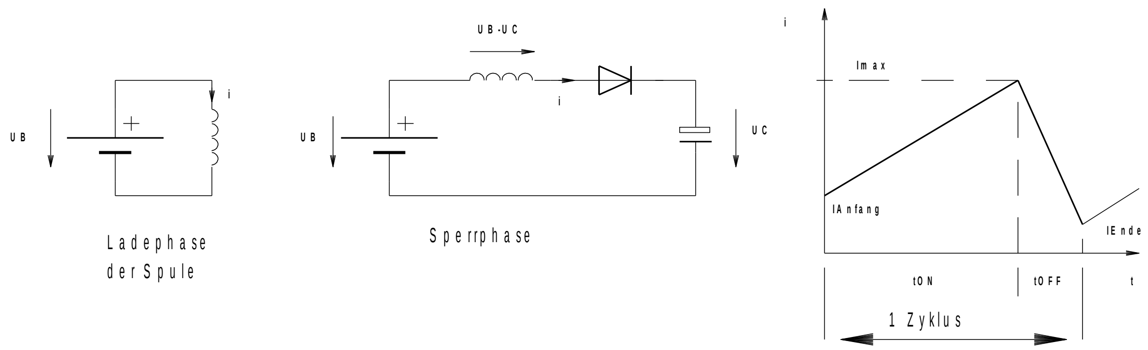
Deswegen wurde der Vorgang während der Sperrphase genauer untersucht.

Genauere Betrachtung

Im Unterschied zur vorhergehenden Betrachtung soll diesmal berücksichtigt werden:

- dass die Spannung am Blitzelko in der Sperrphase nicht konstant bleibt.
  Dies erfordert die Lösung einer Differentialgleichung für u_C,
- dass die Schaltung zu Beginn in den nichtlückenden Betrieb kommen kann.
  Dies geschieht, wenn die Spule ihre Energie noch nicht vollständig abgegeben hat, der Schalttransistor aber schon wieder leitend gesteuert wird. Dieser Fall ist unerwünscht, denn der Strom kann sich dabei auf hohe Werte aufschaukeln, wobei verschlimmernd noch dazu kommt, dass die Induktivität in die Sättigung geraten kann, was zu noch höheren Stromwerten führt.

Die Überlegungen sollen zu einem Programm führen, mit dem Spannung und Strom iterativ berechnet werden können. Dies geht schneller als eine SPICE-Simulation und hilft eventuell, die Frage zu klären, ob eine dynamische Anpassung der Periodendauer von Nutzen sein kann.



<u>Ladephase der Spule:</u>
(MOSFET leitend)
Der Spulenstrom steigt, beginnend mit dem letzten Wert, linear an:

$$U_B = L \cdot \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{U_B}{L}$$

Daraus ergibt sich:

$$\Delta i = \frac{U_B}{L} \cdot \Delta t = \frac{U_B}{L} \cdot t_{ON}$$

Der am Ende der Ladephase erreichte Strom berechnet sich als

$I_{max} = i_{Anfang} + \Delta i$, also

$$\boxed{I_{max} = i_{Anfang} + \frac{U_B}{L} \cdot t_{ON}}$$

Sperrphase:

Durch die Spule fließt am Beginn der Sperrphase (t=0) noch der maximale Strom i_0 = Imax. An der Spule liegt die Spannung $U_L = U_B - U_C$ an. Diese ist negativ, was bewirkt, dass der Strom nun linear mit der Zeit abnimmt. Dabei nimmt die Kondensatorspannung zu, in dem Masse wie die Energie von der Spule auf den Kondensator übertragen wird.

Der genaue Verlauf von Spannung und Strom muss aus der Differentialgleichung bestimmt werden.

Kirchhoff: $U_B = u_L + u_c$

mit $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$ und $i = C \cdot \frac{du_c}{dt}$ $\rightarrow$ $\frac{di}{dt} = C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2}$ ergibt sich:

$$U_B = LC \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_c$$

Durch Laplace-Transformation wird daraus:

$$\frac{U_B}{s} = LC \cdot (s^2 U_C - s \cdot u_{C0} - u'_{C0}) + U_C$$

mit den Anfangsbedingungen

$u_{C0} = u_C \text{ für } t = 0$ und

$u'_{C0} = \left(\frac{du_C}{dt}\right) \text{für } t = 0, \quad u'_{C0} = \frac{i_0}{C}$

So ergibt sich

$$\frac{U_B}{s} = LC \cdot (s^2 U_C - s \cdot u_{C0} - u'_{C0}) + U_C$$

umgestellt nach U_C:

$$U_C=\frac{U_B}{s(1+s^2LC)}+\frac{sLCu_{C0}}{(1+s^2LC)}+\frac{LC\cdot u'_{C0}}{(1+s^2LC)}$$

Mit der Abkürzung $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ und $u'_{C0}=\frac{i_0}{C}$ wird daraus (ein wenig anders sortiert):

$$U_C=u_{C0}\frac{s}{s^2+\omega^2}+\frac{i_0}{C}\frac{1}{s^2+\omega^2}+U_B\omega^2\frac{1}{s(s^2+\omega^2)}$$

Durch Rücktransformation in den Zeitbereich erhält man:

$$u_C=u_{C0}\cdot\cos(\omega t)+\frac{i_0}{\omega C}\cdot\sin(\omega t)+U_B(1-\cos(\omega t))$$

Man kann noch zur Abkürzung den Blindwiderstand des Blitzelkos bei der Schwingfrequenz $\boxed{\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}}$ einführen: $\boxed{X_C=\frac{1}{\omega C}}$, dann ergibt sich:

Spannung am Blitzelko während der Sperrphase:

$$\boxed{u_C=u_{C0}\cdot\cos(\omega t)+i_0X_C\cdot\sin(\omega t)+U_B(1-\cos(\omega t))}$$

Die sich ergebende Spannung setzt sich aus 3 schwingenden Anteilen zusammen:

- $u_C=u_{C0}\cdot\cos(\omega t)$, durch ursprüngliche Ladung des Elkos bewirkt,abnehmend da sich der Elko über die Spule entlädt
- $\frac{i_0}{\omega C}\cdot\sin(\omega t)$, durch den Anfangsstrom bewirkt, zunehmend da der Elko geladen wird
- $U_B(1-\cos(\omega t))$, durch Betriebsspannung bewirkt, zunehmend mit Maximalwert 2 U_B

Nun da die Spannung bekannt ist, kann der Strom berechnet werden:

$$i=C\cdot\frac{du_c}{dt}$$

Strom während der Sperrphase:

$$\boxed{i=-\frac{u_{C0}}{X_C}\sin(\omega t)+i_0\cos(\omega t)+\frac{U_B}{X_C}\sin(\omega t)}$$

Auch beim Strom sind die 3 Anteile zu erkennen:

- $-\frac{u_{C0}}{X_C}\sin(\omega t)$, abnehmend und negativ, da der Elko entladen wird
- $i_0\cos(\omega t)$, Anfangsstrom, abnehmend
- $\frac{U_B}{X_C}\sin(\omega t)$, durch Betriebsspannung bewirkt, zunehmend

Interessant ist noch die **Stromflusszeit**, während der die Diode leitend ist und der Elko geladen wird.
Diese ergibt sich durch Null setzen der Gleichung für den Strom:

$$i=-\frac{u_{C0}}{X_C}\sin(\omega t)+i_0\cos(\omega t)+\frac{U_B}{X_C}\sin(\omega t)=0$$

$$\frac{U_B-u_{C0}}{X_C}\sin(\omega t)+i_0\cos(\omega t)=0$$

$$\tan(\omega t)=\frac{X_C i_0}{u_{c0}-U_B}$$

$$\boxed{t_i=\frac{1}{\omega}\arctan\frac{X_C i_0}{u_{c0}-U_B}}$$

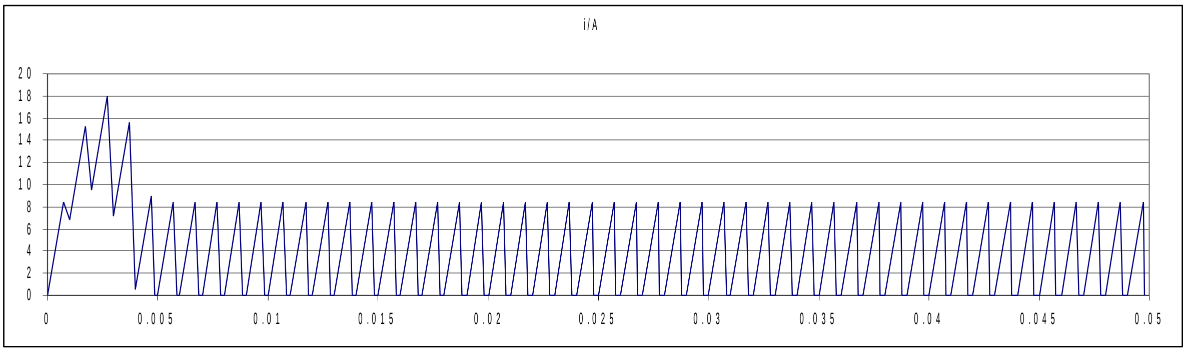
Überprüfung der Berechnungen

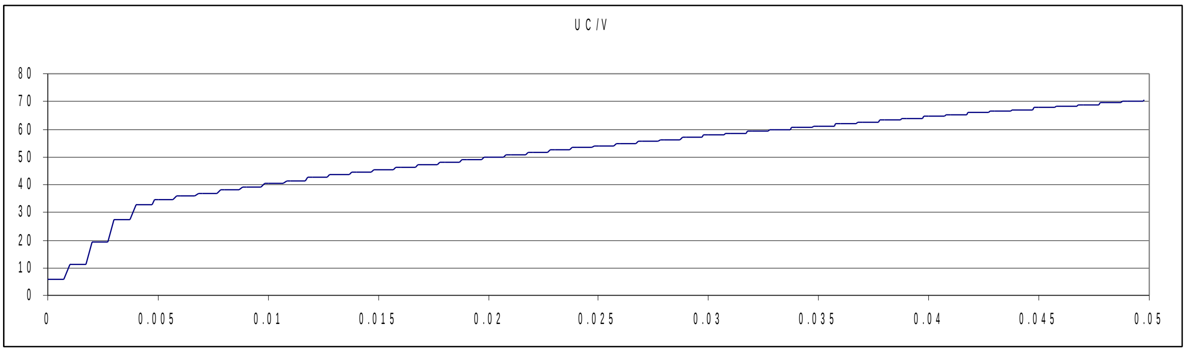
Programm zur Berechnung in VB:

```
Sub Calculate()

SetScientecFormat 1, 6

'Gegeben:
UB = 6          'Betriebsspannung
L = 0.0005      'Induktivität
CL = 0.00047    'Blitzelko
ton = 0.0007    'Einschaltzeit (Ladephase der Spule)
toff = 0.0003   'Ausschaltzeit (Ladezeit des Elko)
NbCycles = 50

'Anfangsbedingungen für 1. Zyklus
IAnfang = 0
UCAnfang = 6

'Erste Berechnungen
omega = 1 / (Sqr(L * CL))
XC = 1 / (omega * CL)
T = ton + toff

'Ausgabe 1. Teil
s$ = "Schaltfrequenz =" & ScienTec$(1 / T) & "Hz" & vbCrLf
s$ = s$ & "Omega =" & ScienTec$(omega) & "Hz" & vbCrLf
s$ = s$ & "Zyklus" & Chr$(9) & "t/s" & Chr$(9) & "i/A" & Chr$(9) & "UC/V"
& Chr$(9) & "ti/ms" & vbCrLf


For i = 1 To NbCycles

    '1) Ladephase der Spule
    Imax = UB / L * ton + IAnfang

    '2) Entladephase, Laden des Elkos
    'über Laplace berechnet: Umschwingen im LC-Kreis

    'Stromflusszeit ti muss zuerst berechnet werden
    If UCAnfang > UB Then
        ti = 1 / omega * Atn(XC * Imax / (UCAnfang - UB))
```

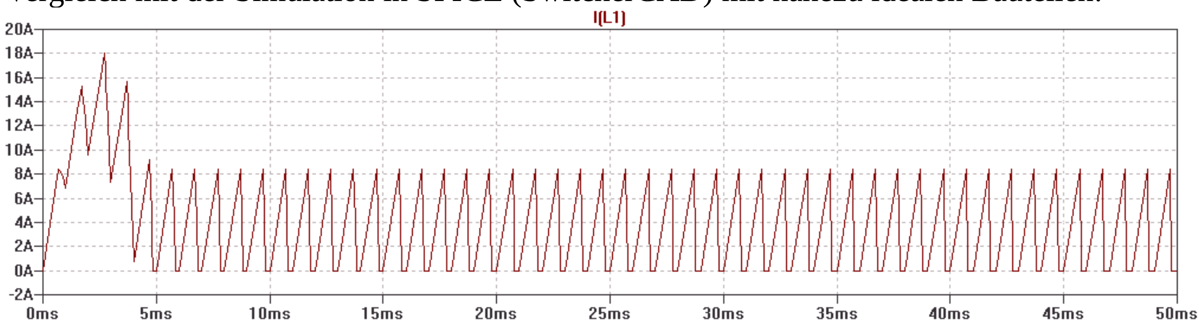
```
    Else
        'beim ersten Mal Division durch null vermeiden
        ti = toff
    End If
    If ti > toff Then ti = toff

    'Spannung des Blitzelkos am Ende des Zyklus:
    UC = UCAnfang * Cos(omega * ti) + Imax / (omega * CL) * Sin(omega *
ti) + UB * (1 - Cos(omega * ti))

    'Strom am Ende des Zyklus:
    IEnde = -UCAnfang / XC * Sin(omega * ti) + Imax * Cos(omega * ti) + UB
/ XC * Sin(omega * ti)

    'stimmt für den nichtlückenden Betrieb.
    'bei lückendem Betrieb wird der Strom eher zu null!

    'Diode
    If IEnde < 0 Then IEnde = 0

    'Kosmetik: kleine Ströme zu null:
    If IEnde < 0.000001 Then IEnde = 0


    '''Debug.Print i; Chr$(9); i * ton; Chr$(9); Imax; Chr$(9); UCAnfang
    '''Debug.Print i; Chr$(9); i * (ton + toff); Chr$(9); IEnde; Chr$(9);
UC; Chr$(9); ti * 1000

    'Ausgabe
    'Anfangswerte eines Zyklus
    s$ = s$ & "a" & ScienTec$(i - 1) & Chr$(9) & ScienTec$((i - 1) * T) &
Chr$(9) & ScienTec$(IAnfang) & Chr$(9) & ScienTec$(UCAnfang) & vbCrLf
    'Werte am Ende eines Ladezyklus der Spule
    s$ = s$ & "b" & ScienTec$(i) & Chr$(9) & ScienTec$((i - 1) * T + ton)
& Chr$(9) & ScienTec$(Imax) & Chr$(9) & ScienTec$(UCAnfang) & vbCrLf
    'Werte am Ende der Stromflusszeit (I und UC haben ihren Endwert
erreicht)
    s$ = s$ & "c" & ScienTec$(i) & Chr$(9) & ScienTec$((i - 1) * T + ton +
ti) & Chr$(9) & ScienTec$(IEnde) & Chr$(9) & ScienTec$(UC) & Chr$(9) &
ScienTec$(ti * 1000) & vbCrLf

    'Werte für neuen Zyklus speichern
    UCAnfang = UC
    IAnfang = IEnde

Next i

Form1.txt.Text = s$
Clipboard.Clear
Clipboard.SetText s$

End Sub
```

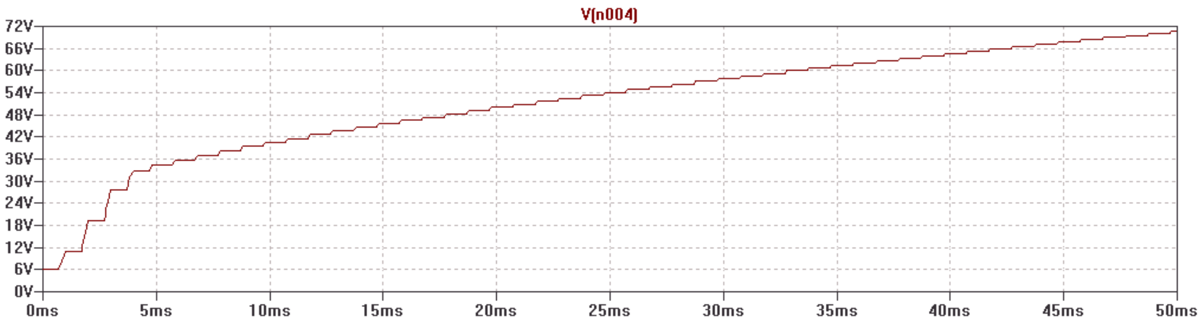
Ergebnisse (in EXCEL dargestellt):

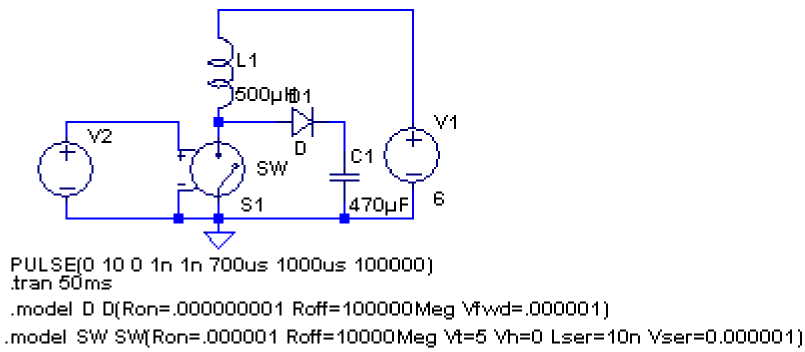




Vergleich mit der Simulation in SPICE (SwitcherCAD) mit nahezu idealen Bauteilen:







Beide Diagramme zeigen das gleiche Ergebnis.

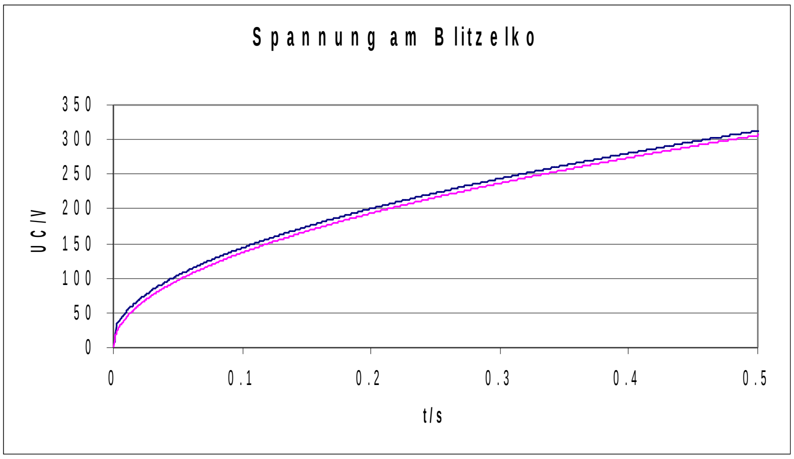
Auffallend ist bei der Stromkurve der nichtlückende Betrieb in den ersten Millisekunden, mit Spitzenwerten bis 18A. In dieser Zeit wird die Spule in die Sättigung gehen, mit starker Abnahme der Induktivität und noch höheren Stromwerten als in der Simulation.

Es wäre also von Vorteil, die Sperrphase zu Beginn etwas länger zu machen und später, z. B. nach den ersten 10 Zyklen, kürzer.

Dies ist problemlos möglich, wenn als Impulsgenerator ein Mikrocontroller benutzt wird.

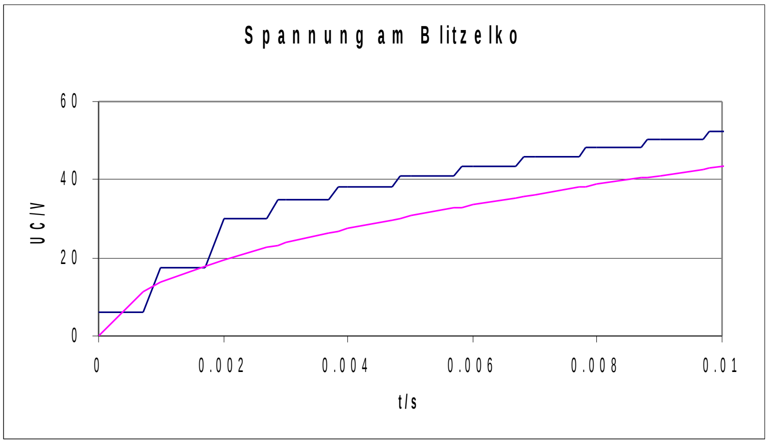
Vergleich von erster und zweiter Näherung an einem Beispiel

Betriebsspannung UB/ V	6
Induktivität L/H	0.0002
Kapazität Blitzelko CL / F	0.00047
Einschaltzeit (Ladephase) tON/s	0.0007
Ausschaltzeit (Sperrphase) tOFF/s	0.0003
Anzahl Zyklen	500



Blau: iterativ nach Differentialgleichung berechnet (2. Näherung)
Violett: nach der ersten Näherungsformel gerechnet

In diesem Beispiel beträgt der Unterschied nur wenige Volt.
Der Unterschied macht sich hauptsächlich direkt nach dem Einschalten bemerkbar:



Fazit:
In grober Näherung kann bei Vernachlässigung der Spulensättigung die Spannung am Blitzelko direkt berechnet werden mit der Formel aus der ersten Näherung:

$$\boxed{U_C = \sqrt{\eta \cdot \frac{L}{C_L}} \cdot I_{max} \cdot \sqrt{\frac{t}{T}}} \quad \text{mit} \quad I_{max} = \frac{U_B}{L} \cdot t_{ON}$$

Eine Verlängerung der Ausschaltzeit t_{OFF} bei den ersten Zyklen würde den Vorteil bringen, dass der nichtlückende Betrieb mit sehr hohen Stromwerten und gesättigter Spule vermieden werden kann.