Unstetige Regler

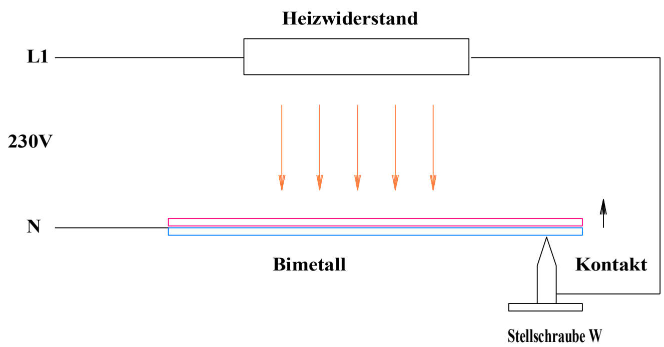
1. Zweipunktregler

a) Allgemeines

Prinzip
Die Stellgröße kann nur 2 Werte annehmen (Ein / Aus)

Vorteile
- Wegen des einfachen Aufbaus ist der Regler billig.
- Die Verlustleistung des Stellgliedes ist oft viel kleiner als im analogen Betrieb.
- In mechanischer Ausführung als Bimetallschalter (Thermostat) braucht der Regler keine Hilfsenergie.

Beispiel: mechanischer Zweipunktregler mit Temperaturstrecke



Bei tiefer Temperatur ist der aus Bimetall und Stellschraube bestehende Kontakt geschlossen. Es fließt Strom, der Heizwiderstand wird warm.
Bei steigender Temperatur hat das Bimetall eine zunehmende Tendenz, sich nach oben durchzubiegen. Bei einer bestimmten Temperatur öffnet der Kontakt und der Heizwiderstand wird ausgeschaltet.
Je nach der von der Stellschraube ausgeübten Spannung liegt der Schaltpunkt anders (Einstellung des Sollwertes).

Hier wird keine Hilfsenergie benötigt.
Die Regeleinrichtung mit Sollwertsteller , Vergleicher und Regler besteht aus Bimetall, Kontakt und Stellschraube.

Anwendung
Temperaturregelung bei trägen Strecken (Raumheizung, Kühlschrank, Boiler, Lötkolben, Kochherd, Bügeleisen...)

Problem: Schleichende Kontaktgabe und fehlende Hysterese
Beim Öffnen des Kontaktes entsteht ein Lichtbogen. Die Kontakte brennen mehr oder weniger schnell ab. Um dieses Problem zu vermeiden sollte der Kontakt sehr schnell öffnen und schließen.

Um die Schalthäufigkeit zu verringern (weniger Abnutzung) sollte das Schaltglied eine Hysterese haben.

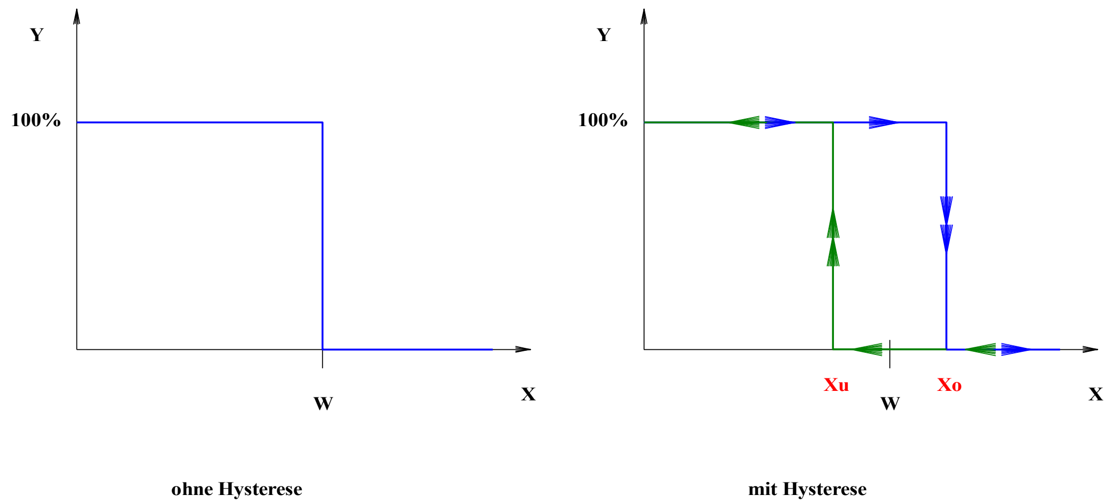
Sprungschaltung
Eine Feder oder ein Magnet halten den Kontakt unter Spannung, so dass eine gewisse Kraft zum Öffnen nötig ist.
Die Kontakte öffnen und schließen schlagartig: es funkt weniger, dies erhöht die Lebensdauer der Kontakte.
Das Ein- und Ausschalten erfolgt bei unterschiedlichen Werten der Regelgröße. Die Differenz dieser beiden Werte ist die **Schaltdifferenz** oder **Hysterese X_{Sd}**.

Bei einer elektronischen Realisierung sind die Entsprechungen:

Schleichende Kontaktgabe:	Komparator
Sprungschaltung:	Schmitt-Trigger

b) Kennlinie des Zweipunktreglers mit Sollwertsteller

Wir betrachten hier die Kennlinie der Regeleinrichtung, bestehend aus Sollwertsteller, Vergleicher und Zweipunktregler. Bei mechanischen Reglern bildet diese eine Einheit.



Regler ohne Hysterese:
Beim Überschreiten des Sollwertes wird ausgeschaltet, beim Unterschreiten wird eingeschaltet.

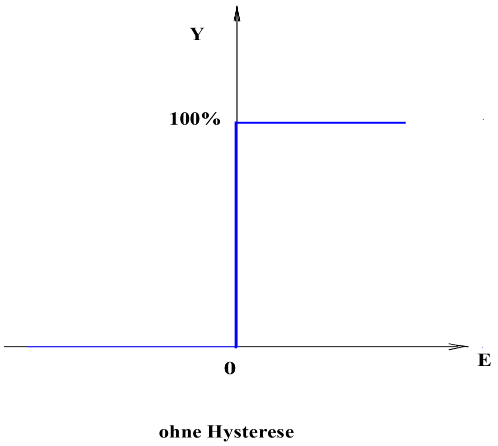
Regler mit Hysterese:
Nach dem Anfahren wird eingeschaltet, X steigt an bis zur oberen Schaltschwelle Xo, bei der ausgeschaltet wird. Wenn X noch weiter ansteigt (z.B. aufgrund einer Totzeit), bleibt ausgeschaltet.
Irgendwann fällt X wieder. Die Stellgröße bleibt aber null, auch beim Unterschreiten der oberen Schaltschwelle.
Erst beim Unterschreiten der unteren Schaltschwelle Xu schaltet der Regler wieder ein.

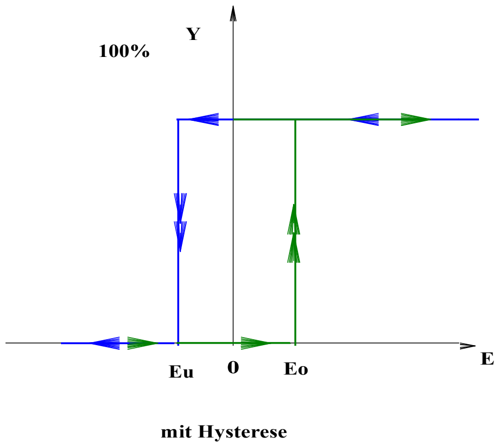
Die **Hysterese** oder **Schaltdifferenz Xsd** ist die Differenz der oberen und unteren Schaltschwelle:

$$X_{Sd} = X_o - X_u$$

c) Kennlinie des Zweipunktreglers (ohne Sollwertgeber und Vergleicher)

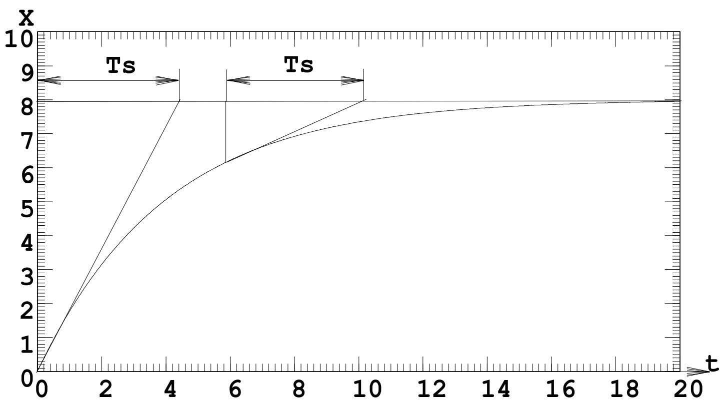
Bei der Simulation oder der elektronischen Realisierung begegnet man dem „nackten“ Zweipunktregler ohne Vergleicher und Sollwertsteller. Dieser hat als Eingangssignal nicht die Regelgröße X, sondern die Regeldifferenz E = W – X.
Die Kennlinie ist also horizontal gespiegelt und um den Sollwert W verschoben:





d) Zwischenbemerkung über die Exponentialfunktion

Zur Konstruktion des nächsten Beispiels benötigen wir eine Eigenschaft der Exponentialfunktion: alle Subtangenten sind gleich lang, die Länge beträgt eine Zeitkonstante.



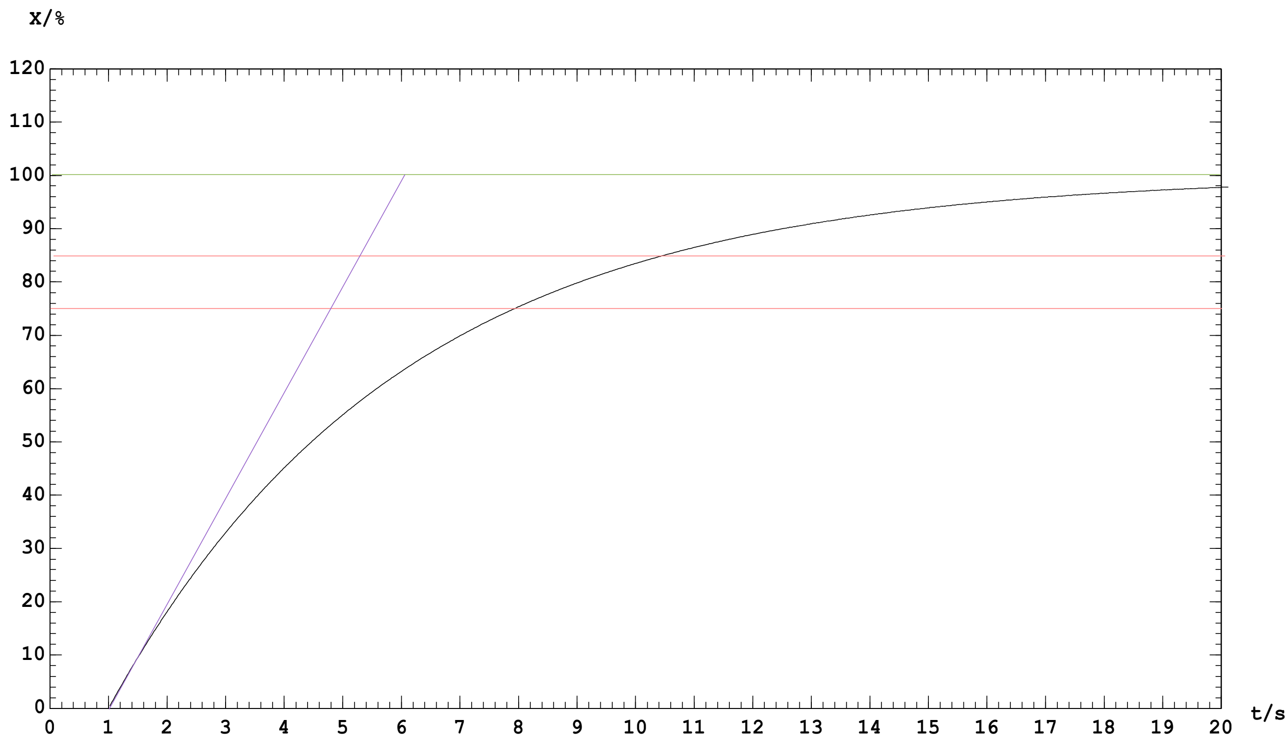
Eine Subtangente ist die Projektion der Tangente auf die horizontale Achse.

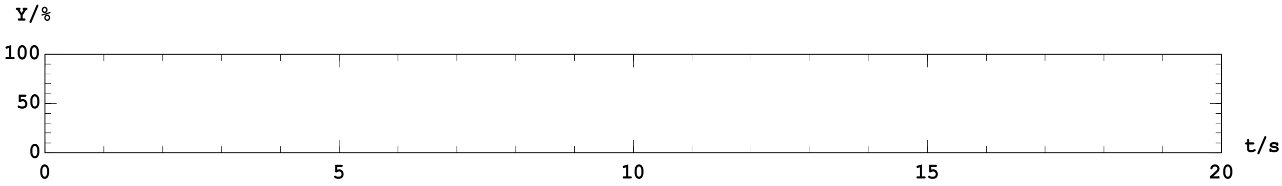
d) Führungsverhalten eines Zweipunktreglers mit Hysterese beim Anfahren

Beispiel:
PT1-Tt - Strecke mit Zweipunktregler (Sprungantwort siehe Diagramm).
Strecke: Ts = 5s, Tt = 1s
Regler: X_{Sd} = 10%, W = 80%

Bemerkung:
Wir untersuchen hier das Verhalten von Strecken mit Totzeit, da die zeichnerischen Konstruktionen dafür einfach sind. In der Praxis finden sich wohl eher Strecken mit Verzugszeit. Alle Ergebnisse können mit der Entsprechung Tt ↔ Tu übernommen werden.

Aufgabe ZP1
Trage für das obige Beispiel den angenäherten Verlauf von Regelgröße und Stellgröße in das untenstehende Diagramm ein. Benutze dabei die beschriebene Eigenschaft der Subtangenten der Exponentialfunktion.
Die Exponentialfunktion kann in kleinen Abschnitten durch ihre Tangente angenähert werden.
Beachte dass X während der Totzeit noch weiter ansteigt bzw. abfällt, auch wenn schon ausgeschaltet bzw. eingeschaltet ist!





Aufgabe ZP2
Überprüfe das Ergebnis anhand einer Simulation.

Was geschieht nach dem Anfahren des Regelkreises?

Anfahren:
X = 0 → Y = 100%
Nach der Totzeit Tt steigt X exponentiell an auf einer Kurve mit Endwert 100%.

Wenn die obere Schaltschwelle erreicht ist, schaltet der Regler ab: Y = 0

Wegen der Totzeit steigt X aber noch weiter an (während Tt=1s) und erreicht einen oberen Wert X_1.

Nach der Totzeit fällt X exponentiell ab, bis die untere Schaltschwelle erreicht ist.
In diesem Moment schaltet der Regler wieder ein: Y = 100%
Wegen der Totzeit fällt X aber noch während Tt weiter ab und erreicht einen unteren Wert X_2.

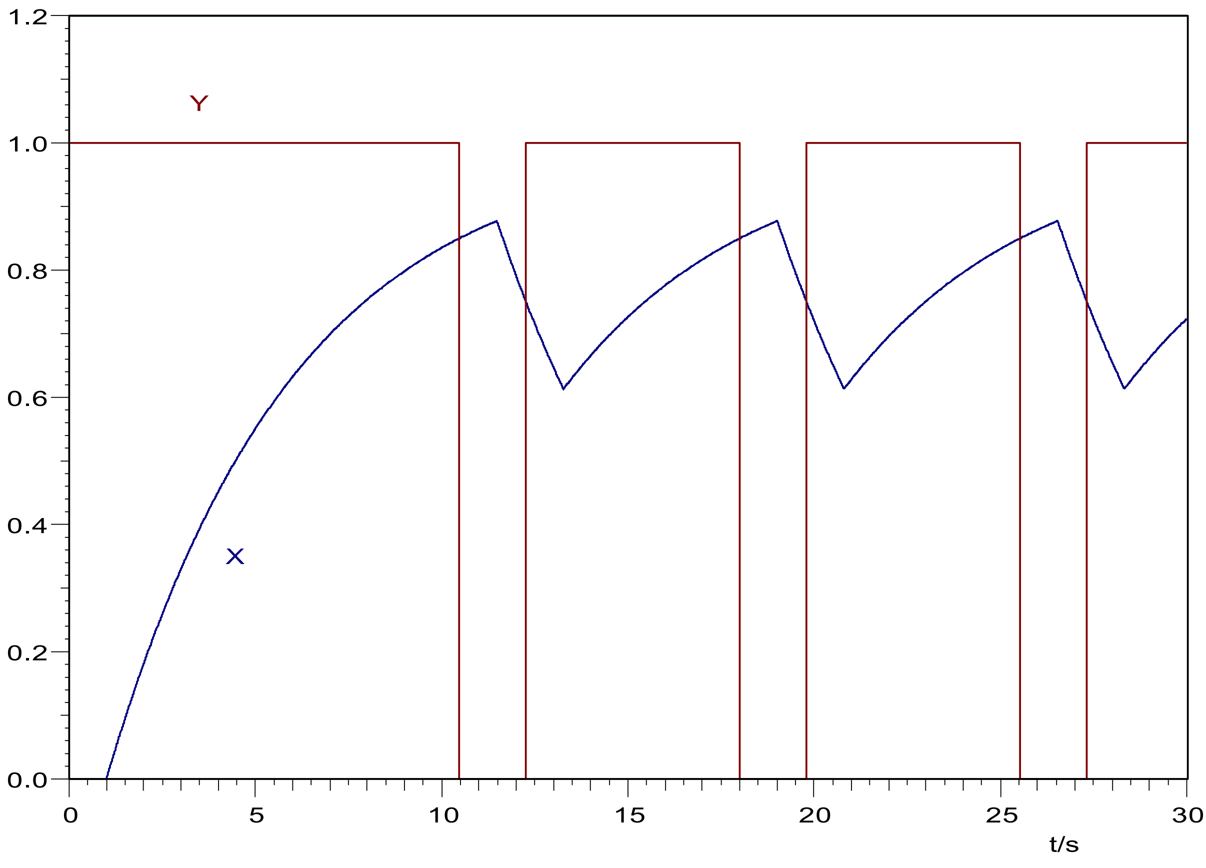
Nach Ablauf der Totzeit steigt X wieder exponentiell an, Richtung X=100%.

Wenn die obere Schaltschwelle erreicht ist, schaltet der Regler ab.
X steigt aber während der Totzeit weiter an

usw.

Es ergibt sich nach dem erstmaligen Erreichen der unteren Schaltschwelle ein periodischer Verlauf.

Hier das Simulationsergebnis des obigen Beispiels:



e) Definitionen

T = Schaltperiodendauer

T_{ein} = Einschaltdauer

T_{aus} = Ausschaltdauer

$f = 1/T$ = Schaltfrequenz

$X\sigma = | X_1 - X_2 |$ = Schwankungsbreite, Schwingspanne

$Xm = (X_2 + X_1) / 2$ = Mittelwert der Regelgröße

$X_{Wb} = Xm - W$ = (mittlere) bleibende Regelabweichung

Von Vorteil sind:

- geringe Schwankungsbreite:
  der Sollwert wird relativ genau eingehalten
- geringe Schaltfrequenz:
  geringere Abnutzung der Kontakte bzw. geringe Schaltverluste bei Transistoren

Leider kann man beides nicht gleichzeitig optimieren.
Wie bei den analogen Reglern spielt auch hier das Verhalten der Regelstrecke eine entscheidende Rolle.

Aufgabe ZP3
Bestimme die obigen Parameter für das untersuchte Beispiel.

f) Einfluss von Strecke und Hysterese

Aufgabe ZP4
Untersuche mit Hilfe von BORIS nacheinander den Einfluss von

- *vergrößerter Hysterese 20% (im Vergleich zu 10%)*
- *vergrößerter Totzeit Tt = 2s (im Vergleich zu 1s)*
- *vergrößerter Zeitkonstante 10s (im Vergleich zu 5s)*

auf die Schwankungsbreite.

Ziehe Schlussfolgerungen aus den Ergebnissen.

Ergebnisse:

- größere Hysterese X_{SD} → größere Schwankungsbreite $X\sigma$
- größere Totzeit Tt → größere Schwankungsbreite $X\sigma$
- größere Zeitkonstante Ts → kleinere Schwankungsbreite $X\sigma$

Oft wird die Schwankungsbreite stärker durch die Tot- oder Verzugszeit der Strecke als durch die Hysterese des Reglers verursacht.

f) Einfluss der Stell-Leistung

Ist es günstiger, größere oder kleinere Heizkörper in einem Raum zu installieren?
Wie viel „Reserve“ (Leistungsüberschuss) soll man bei einer Regelung vorsehen?

Bei **kleiner Stellleistung** kann es sein, dass der Sollwert gar nicht oder zu langsam erreicht wird.

Große Stellleistung bedingt einen hohen Maximalwert der Regelgröße im ungeregelten Fall. Die Kurve der Regelgröße steigt steil an. Der Sollwert wird schnell erreicht (kurze Anregelzeit), aber bei trägen Strecken kommt es zu starkem Überschwingen.

Beispiel
Eine PT1-Tt - Strecke (Tt = 1s, Ts = 5s) wird mit einem Regler mit 10% Hysterese geregelt. Der Sollwertgeber erzeugt ein Signal von 0...1 entsprechend einer Einstellung von 0...100% des Sollwertes. Da der Regler auch beim höchsten Sollwert funktionieren muss, untersuchen wir hier nur den Fall $w = w_{max} = 1 = 100\%$.

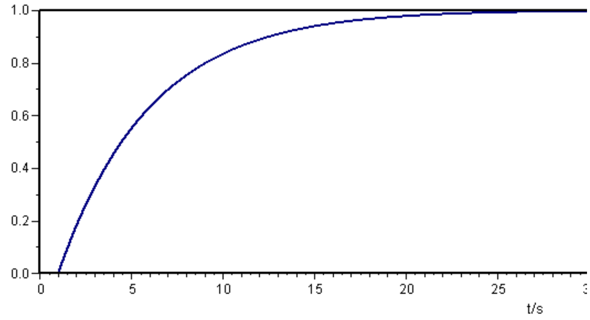
Vorsicht!
Bei Prozentangaben müssen wir aufpassen, worauf sie sich beziehen.
Dies kann zu Verwirrungen führen.
In unserem Fall ist die Prozentangabe 0...100% für den Sollwert unwichtig, da wir sowieso nur den Fall $w = w_{max} = 100\% = 1$ betrachten.

Der **Leistungsüberschuss** ü in % sagt uns, wie viel Prozent der erreichbare Wert der Regelgröße x_{max} über dem Sollwert liegt, also z.B. bedeutet $x_{max} = 1.5\ w$ einen Leistungsüberschuss von 50%.

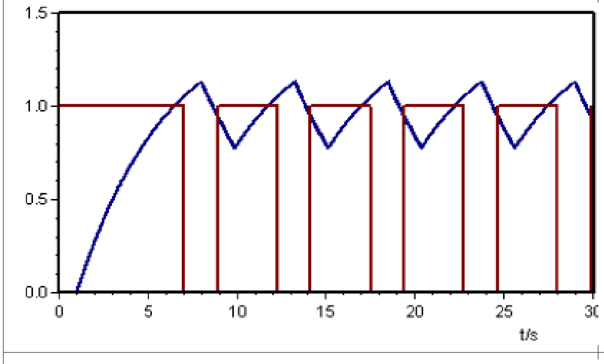
In der Praxis (und in der Simulation) bedeutet mehr Stell-Leistung, dass die Strecke einen höheren K_{PS}-Wert hat (wenn der Regler das gleiche Stellsignal abgibt), denn $K_{PS} = x/y$.

Aufgabe ZP5
Untersuche mit Hilfe von BORIS wie sich ein Leistungsüberschuss von 0%, 50%, 100% und 200% für obiges Beispiel auf die Schwankungsbreite auswirkt.

Ergebnisse:

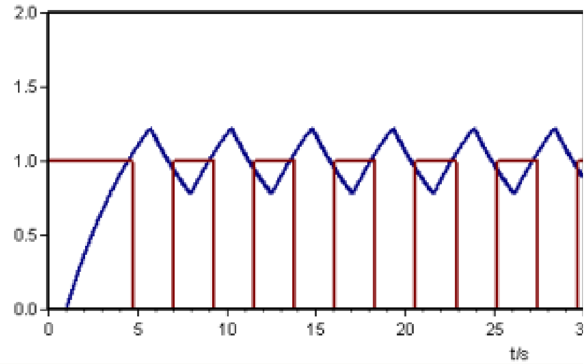


Kein Leistungsüberschuss:
Keine Regelung möglich



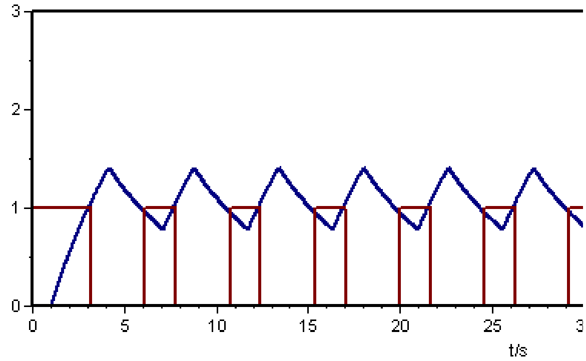
50% Leistungsüberschuss
x_{max} = 1.5 w

Schwankungsbreite 36%



100% Leistungsüberschuss
x_{max} = 2 w

Schwankungsbreite 45%



200% Leistungsüberschuss
x_{max} = 3 w

Schwankungsbreite 64%

Man sieht:

Ein großer Leistungsüberschuss bewirkt eine große Schwankungsbreite.
Ein zu kleiner Leistungsüberschuss stellt die Regelung infrage.

Ein günstiger Kompromiss ist ein Leistungsüberschuss von 100%, also x_{max} = 2 w

g) Formel für die Schwankungsbreite

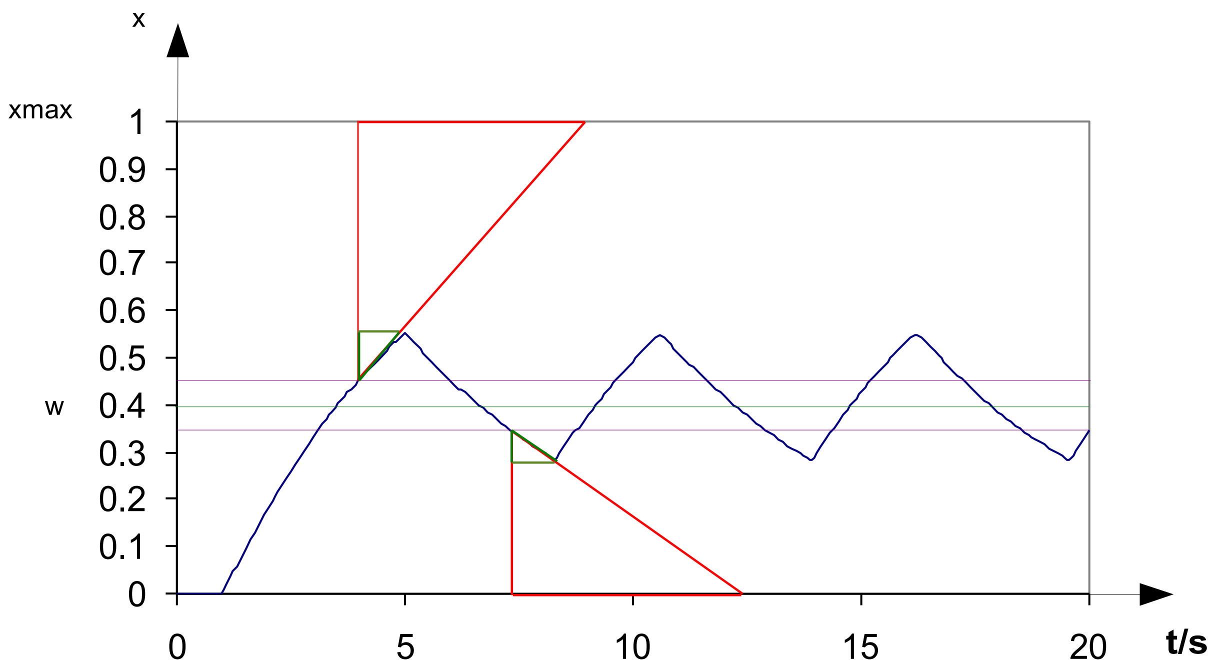
Die Formel wird näherungsweise hergeleitet, wobei die Exponentialfunktionen durch ihre Tangenten angenähert werden. Dies ist eine gute Näherung bei kleinen Schwankungsbreiten, was ja auch in der Praxis erwünscht ist.

Zum Aufstellen der Formel werden ähnliche Dreiecke (triangles semblables) benutzt.

Aufgabe ZP6

- *Trage in dem untenstehendem Diagramm ein: Schwankungsbreite, obere und untere Schaltschwelle, Schaltdifferenz (Hysterese).*
- *Beschrifte die Zustände „Ein“ und „Aus“ der Strecke.*
- *Wie lang sind die horizontalen Seiten der roten und grünen Dreiecke? Warum? Beschrifte sie.*
- *Benenne die vertikalen Seiten der grünen Dreiecke mit $x\sigma_1$ und $x\sigma_2$.*
  Berechne $x\sigma_1$ und $x\sigma_2$ mithilfe der Formeln für ähnliche Dreiecke als Funktion von xmax, w und Xsd.
- *Stelle damit die Formel für die Schwankungsbreite auf.*

Beispiel mit einer PT1-Tt - Strecke (Tt = 1s, Ts = 5s), w = 0.4



Ergebnis:

$$X_{\sigma} = X_{Sd} + \frac{T_t}{T_S}(x_{max} - X_{Sd})$$

Da in der Praxis die Schalt Differenz (Hysterese) X_{sd} des Reglers klein gegenüber x_{max} ist, kann die Formel vereinfacht werden zu

$$X_\sigma \approx X_{Sd} + \frac{T_t}{T_S} x_{max}$$

Für PTn-Strecken ersetzt man mit guter Näherung Tt durch Tu und Ts durch Tg:

$$X_\sigma \approx X_{Sd} + \frac{T_u}{T_g} x_{max}$$

Bei Strecken mit großer Verzugszeit spielt die Hysterese des Reglers nur eine kleine Rolle. In diesem Fall kann man im Fall eines elektronischen Reglers auch einen Komparator einsetzen.

Aufgabe ZP7

- *Die Temperatur eines Glühofens (Tu = 2min, Tg = 30min) wird mit einem Zweipunktregler (Regelbereich 0 bis 1000°C, 0.5% Hysterese) geregelt. Der Sollwert beträgt 800°C.*
- *Mit der vollen Stellleistung können 1400°C erreicht werden.*
- *Berechne den Leistungsüberschuss und die Schwankungsbreite*
- *Wodurch wird die Schwankungsbreite hauptsächlich verursacht (Regler oder Strecke?)*

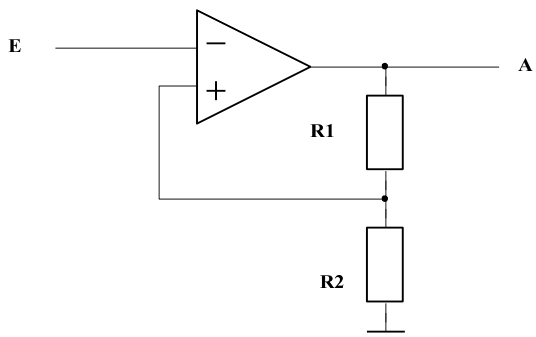
Aufgabe ZP8

- *Eine Raumtemperaturregelung funktioniert mit Zweipunktthermostat. Dieser ist auf 20°C eingestellt, er schaltet bei 20.5°C aus und bei 19.5°C ein.*
- *Die Verzugszeit des Raumes beträgt 10min, die Ausgleichszeit 50min. Ohne Heizung hat der Raum eine Temperatur von 15°C, bei dauernd eingeschalteter Heizung steigt die Temperatur auf 27°C.*
- *Welche Schwankungsbreite der Temperatur ergibt sich?*
- *Wie könnte man die Schwankungsbreite verringern?*

h) Elektronische Zweipunktregler

- ohne Hysterese: Komparator
- mit Hysterese: Schmitt-Trigger

Am einfachsten zu verstehen ist die Schaltung des invertierenden Schmitt-Triggers mit OPV:



$$\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Wird die Schaltung mit symmetrischer Speisespannung betrieben, so hat sie eine untere Schaltschwelle Usu im negativen Bereich und eine obere Schaltschwelle Uso im positiven Bereich.

Wegen der Mitkopplung gibt es nur 2 Zustände am Ausgang: H (Uamax = ca. +13V) und L (Uamin = ca. -13V). Der Übergang zwischen H und L erfolgt wegen der Mitkopplung sehr schnell.

Funktionsweise:

- Ausgangszustand:
  Ue < Usu (negative Eingangsspannung unterhalb der unteren Schaltschwelle).
  Wegen der Invertierung ist Ua positiv, der Ausgang ist voll durchgesteuert (H = +13V)
  Am P-Eingang liegt eine positive Spannung $U_P = \alpha \cdot$ Uamax.

  Die Spannung U_{PN} bleibt positiv (und damit der Ausgang auf H) solange Ue kleiner als $U_P = \alpha \cdot$ Uamax ist.

- Wenn Ue den Wert $\alpha \cdot$ Uamax nur sehr geringfügig übersteigt, kehrt U_{PN} die Polarität um (wird negativ) und der Ausgang schaltet sehr schnell auf L (=Uamin = -13V).
  Nun liegt am P-Eingang die negative Spannung $U_P = \alpha \cdot$ Uamin.
  Der N-Eingang hingegen liegt auf der positiven Spannung Ue.
  U_{PN} ist negativ und bleibt es auch, wenn Ue weiter vergrößert wird.
  Ua bleibt also weiterhin auf L.

- Nun soll Ue wieder verringert werden.
  Die Spannung U_{PN} bleibt negativ (und damit der Ausgang auf L) solange Ue größer als $U_P = \alpha \cdot$ Uamin ist.

  Wenn Ue den Wert $\alpha \cdot$ Uamin nur sehr geringfügig unterschreitet, kehrt U_{PN} die Polarität um (wird positiv) und der Ausgang schaltet sehr schnell auf H. Nun liegt am P-Eingang die positive Spannung $U_P = \alpha \cdot$ Uamax. Der N-Eingang hingegen liegt auf der negativen Spannung Ue.

U_{PN} ist positiv und bleibt es auch, wenn Ue weiter verringert wird.
Ua bleibt also weiterhin auf H.

Aufgabe ZP9

- *Bestimme die Schaltschwellen für einen OPV mit Uamax = +13V und Uamin = -13V. Das Potentiometer ist so eingestellt, dass R1 = 8kΩ und R2 = 2kΩ.*
- *Zeichne die Kennlinie Ua = f(Ue) der Schaltung.*
- *Was müsste geändert werden, damit die Hysterese auf die Hälfte reduziert wird?*

Aufgabe ZP10

Zeichne die vollständige Schaltung einer Zweipunkt-Regeleinrichtung (mit Sollwertsteller, Vergleicher und Zweipunktregler).

Bemerkungen:

- Es gibt auch eine nicht invertierende Schmitt-Trigger-Schaltung mit OPV.
- Um einen fertigen Regler zu erhalten, muss ein Vergleicher hinzugefügt werden.
- Es gibt in den TTL-, CMOS- und HCMOS-Reihen fertige Schmitt-Trigger mit digitalem Ausgang (z.B. 7414, 74132..)

- Mit einem Schmitt-Trigger und einem RC-Glied (PT1) lässt sich sehr einfach ein Oszillator aufbauen:
  http://staff.ltam.lu/feljc/electronics/recipes/OPV_Impulsgeneratoren.pdf
  http://staff.ltam.lu/feljc/electronics/recipes/CMOS_Impulsgeneratoren.pdf

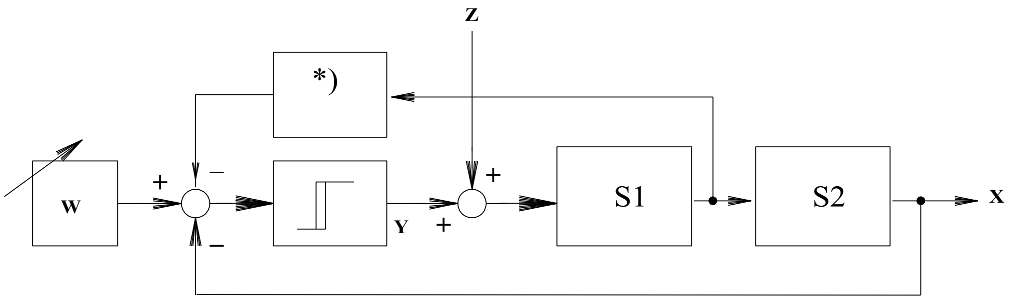
2. Zweipunktregler mit Rückführung

Was kann man tun um die Schwankungsbreite einer Zweipunktregelung zu verringern?

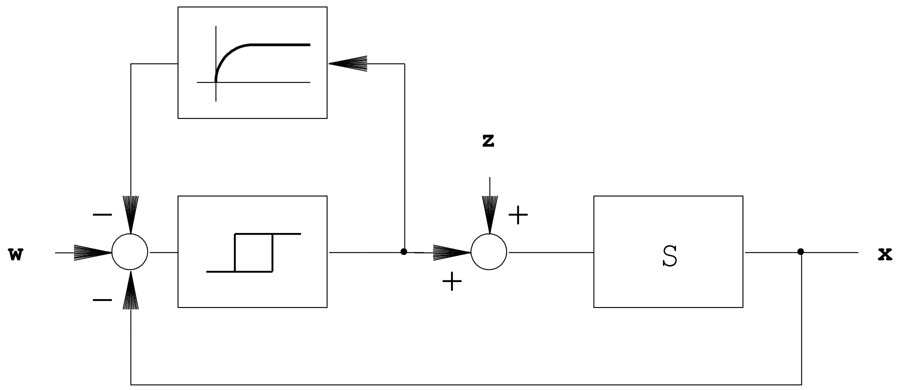
$$x_\sigma \approx x_{Sd} + \frac{T_t}{T_S} x_{\max}$$

Die Schaltdifferenz des Reglers spielt bei Strecken mit Tot- oder Verzugszeit normalerweise nur eine untergeordnete Rolle. Die Strecke lässt sich meist nur in Grenzen beeinflussen.

Eine kleinere Schwankungsbreite kann also nur durch eine Erweiterung des Regelkreises erreicht werden. Wie bei stetigen Regelungen kann man eine Hilfsgrösse am Anfang der Strecke abgreifen und auf den Regler schalten (Hilfsgrössenaufschaltung).

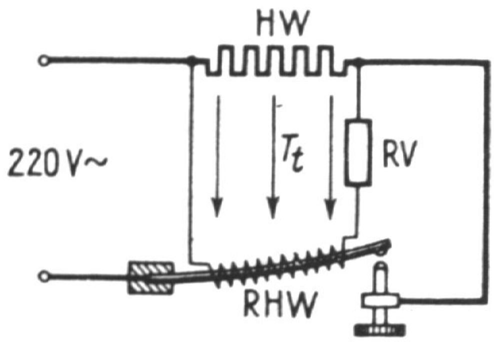


Technisch noch einfacher zu realisieren ist ein Regler mit Rückführung der Stellgrösse:



Der Vorteil ist, dass die Rückführung innerhalb des Reglers geschehen kann.
Als Rückführglied (Aufschaltglied) wird ein PT1-Glied benutzt.
Die Zeitkonstante muss an die Strecke angepasst werden.

Eine einfache Möglichkeit der Rückführung ist es, am Bimetall des Thermostaten einen Widerstand anzubringen, der durch die Stellgrösse (Netzspannung) beim Einschalten erwärmt wird:



HW = Heizwiderstand

RHW = Heizwiderstand für thermische Rückführung

Beim Schließen der Reglerkontakte wird der Rückführwiderstand aufgeheizt und täuscht dem Fühler ein vorzeitiges Erreichen des oberen Schaltpunktes vor, so dass die Wärmezufuhr vorzeitig unterbrochen wird. Der Rückführwiderstand kühlt sich schnell ab, aber die Regelgröße nimmt noch während der Totzeit zu.

Im Gegensatz zu obigem Blockschaltbild ist bei dieser Realisierung die untere Schaltschwelle unverändert, da der Widerstand dann ausgeschaltet ist.

Aufgabe ZP11
Simuliere einen Regelkreis mit Zweipunktregler und Rückführung über ein PT1-Glied.
Vergleiche mit der Schaltung ohne Rückführung.
Sollwert: 50%
Regler: Xsd = 10%, Ymax = 1
Strecke: PT3 mit Ts = 5s, $K_{PS} = 1$
Rückführung: KPY=...., TSY=....   (verschiedene Werte ausprobieren)

Ergebnis:
Bei geeigneter Wahl des Rückführgliedes wird die Schwankungsbreite kleiner, die Schaltfrequenz steigt an.