

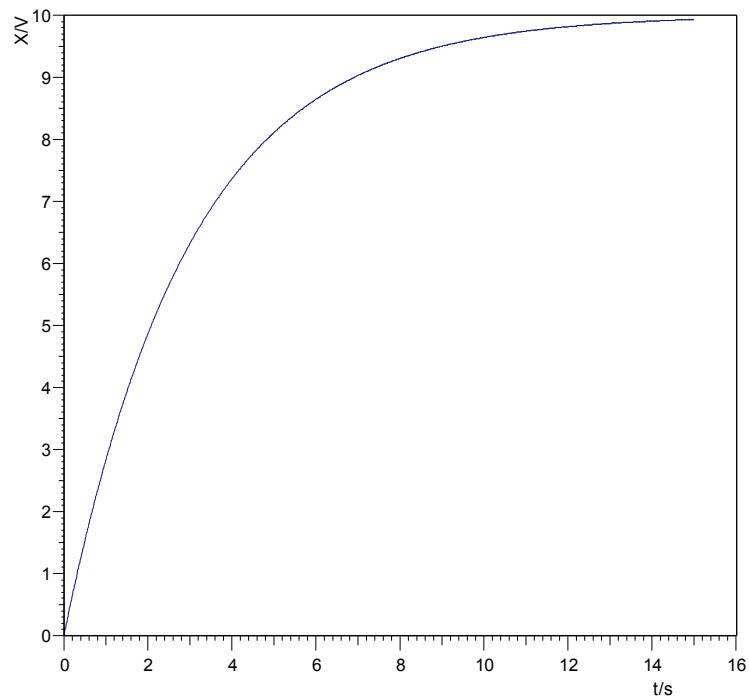
## Frequenzganganalyse, Teil 3: PT1- und DT1- Glieder

### 3.1 PT1-Glieder

#### a) Wiederholung: Sprungantwort

Beispiel:

Ein Regelkreisglied hat bei einem Eingangssprung von 5V die folgende Sprungantwort:



Es soll ein elektronisches Modell entworfen werden.

#### Aufgabe 3.1

Bestimme die Parameter der Strecke.

Entwerfe eine OPV-Schaltung die das gesuchte Verhalten hat.

(Entwerfen = Schaltung zeichnen und dimensionieren!)

#### b) Frequenzgang

#### Aufgabe 3.2

Benutze die Regeln der Frequenzganganalyse um den Frequenzgang der Schaltung zu ermitteln.

Hinweis:

Die Schaltung besteht aus einem Spannungsteiler mit komplexen Impedanzen mit  $F_1$  und einem Verstärker mit  $F_2$

Ergebnis:

$$\bar{F} = \frac{K_p}{1 + j\omega T}$$

Frequenzgang des PT1-Gliedes

$K_p$  = Proportionalbeiwert  
 $T$  = Zeitkonstante

Dieser Frequenzgang gilt für alle PT1-Glieder (elektronisch, thermisch, mechanisch....)

### **c) Verhalten bei hohen und bei tiefen Frequenzen**

#### **Aufgabe 3.3**

- Leite aus der obigen Formel Näherungen für sehr hohe und sehr tiefe Frequenzen her.
- Welche Näherungen gelten bei hohen und tiefen Frequenzen für den Betrag der Verstärkung und den Phasenwinkel?
- Welches Verhalten (P / I / D ... ?) hat die Schaltung für hohe und für tiefe Frequenzen ?

Ergebnisse:

- Bei tiefen Frequenzen ( $f \rightarrow 0$ ): P-Verhalten

$$\bar{F} \approx K_p \quad |\bar{F}| \approx K_p \quad \varphi \approx 0$$

- Bei hohen Frequenzen ( $f \rightarrow \infty$ ): I-Verhalten mit  $T_I = \frac{T}{K_p}$

$$\bar{F} \approx \frac{1}{j\omega \frac{T}{K_p}} \quad |\bar{F}| \approx \frac{K_p}{\omega T} \quad \varphi \approx -90^\circ$$

### **d) Bodediagramm (näherungsweise)**

#### **Amplitudengang:**

Aus den vorhergehenden Überlegungen wissen wir :

tiefe Frequenz: P  $\rightarrow$  horizontale Gerade bei  $K_p$

hohe Frequenz: I  $\rightarrow$  fallende Gerade mit -20dB pro Dekade

Diese Geraden müssen sich an einem Punkt schneiden, bei der **Grenzfrequenz  $f_g$** .

#### **Aufgabe 3.4**

Leite aus den Näherungsformeln die Grenzkreisfrequenz und die Grenzfrequenz her. Bestimme die Werte für das obige Beispiel.

Ergebnis:  $\omega_g = \frac{1}{T}$

$$f_g = \frac{1}{2\pi T}$$

**Achtung:**

Die Zeitkonstante T hat in diesen Formeln (leider) die gleiche Abkürzung wie es sonst üblich ist für die Periodendauer in der Elektrotechnik.

Man kann sich darüber ärgern, und man würde vielleicht lieber  $\tau$  benutzen.

Da es aber in der Regelungstechnik so üblich ist, bleiben wir (leicht widerstrebend) bei T.

Man sollte aus dem Kontext heraus erkennen können was gemeint ist!

Wir kennen nun die Frequenz bei der sich die Näherungsgeraden schneiden.  
Welchen **genauen** Wert hat dort  $|\bar{F}|$  ?

### Aufgabe 3.5

Bestimme den Wert von  $|\bar{F}|$  bei  $\omega = \omega_g$

Wie kann man das in dB ausdrücken?

*Beachte, dass man hier nicht mit Näherungen, sondern mit der exakten Formel für  $\bar{F}$  arbeiten muß.*

*Tipp:*

*Für diese Berechnung muß man in Real- und Imaginärteil aufspalten, dazu muß der Nenner von  $\bar{F}$  reell gemacht werden. Erinnere dich an die konjugiert komplexen Zahlen!*

Ergebnis:

Bei der Grenzfrequenz ist  $|\bar{F}| = \frac{K_p}{\sqrt{2}}$

Dies sind -3dB im Vergleich zum Maximum  $K_p$ .

### Phasengang:

Aus den vorhergehenden Überlegungen wissen wir :

tiefe Frequenz: P  $\rightarrow \varphi \approx 0^\circ$

hohe Frequenz: I  $\rightarrow \varphi \approx -90^\circ$

Welchen Wert hat  $\varphi$  bei der Grenzfrequenz?

**Aufgabe 3.6**

Bestimme den genauen Wert von  $\varphi$  bei  $\omega = \omega_g$ .

*Auch hier muß natürlich die exakte Formel für  $\bar{F}$  verwendet werden.*

Ergebnis:

Bei der Grenzfrequenz ist  $\varphi = -45^\circ$

**Aufgabe 3.7**

Zeichne das angenäherte Bodediagramm für unser Beispiel.

**d) Bodediagramm (exakt)**

Mit einer Tabellenkalkulation wie EXCEL oder Opencalc kann man ganz schön das Bodediagramm exakt zeichnen. Hierzu benötigt man allerdings die exakten Formeln für Betrag und Phase.

Ausgangspunkt ist die Formel für den komplexen Frequenzgang:

$$\bar{F} = \frac{K_p}{1 + j\omega T}$$

Aus dieser müssen nun die Formeln für Betrag und Phase abgeleitet werden.

**Aufgabe 3.8**

Leite aus der obigen Formel die Formeln für  $|\bar{F}|$  und  $\varphi$  ab.

*Tipp:*

*Wenn man in Re und Im aufgespalten hat und sich den komplexen Zeiger bildlich vorstellt, hat man sofort die Formeln (mit Pythagoras + Trigonometrie)*

*Zum Aufspalten in Re und Im muß der Nenner von  $\bar{F}$  reell gemacht werden  
(Konjugiert Komplexe benutzen!)*

Ergebnisse:

für den Amplitudengang:

$$|\bar{F}| = \frac{K_p}{\sqrt{(1 + (\omega T)^2)}}$$

für den Phasengang:

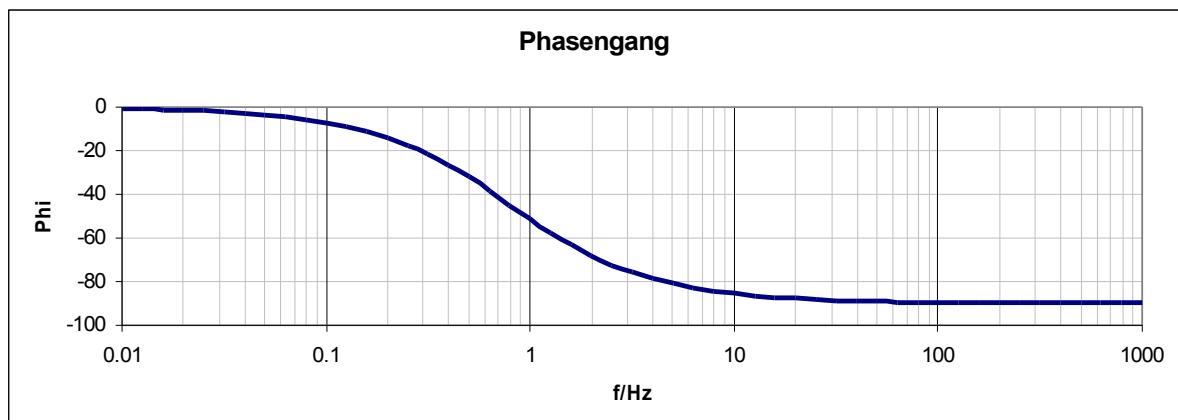
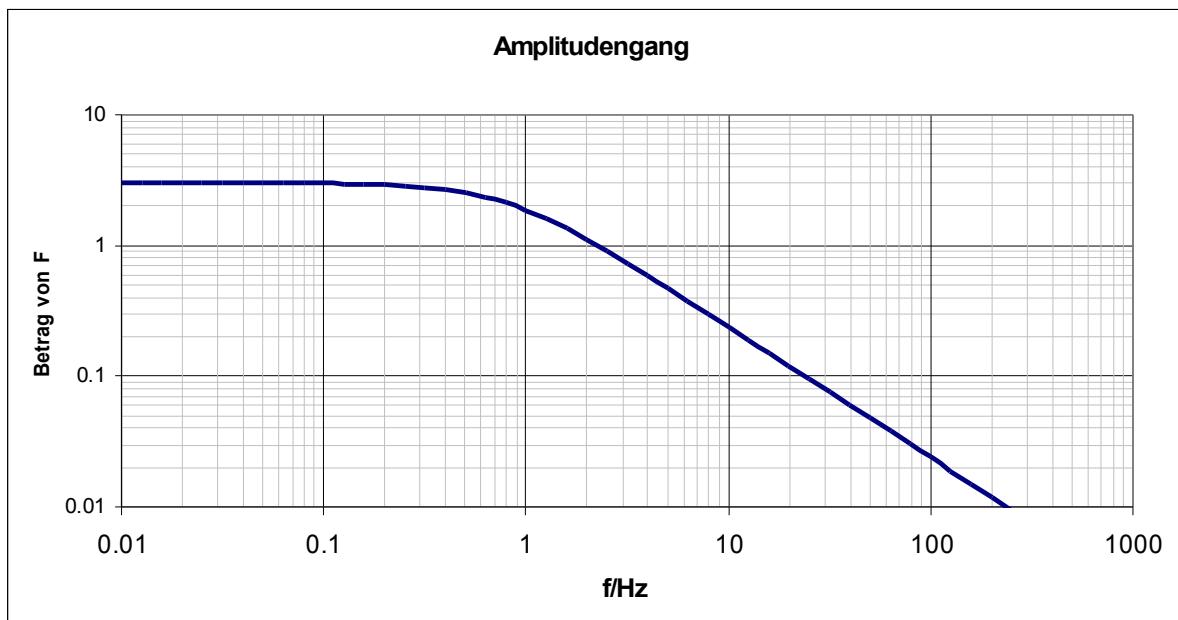
$$\varphi = -\arctan(\omega T)$$

*Tipp:*

*Eingabefelder farbig markieren.*

*Spalte  $\log(f/\text{Hz})$  benutzen für gleichmäßige Verteilung bei logarithmischer Achse.*

2							
3	<b>PT1-Glied</b>						
4							
5	<u>Gegeben:</u>			<u>Berechnet:</u>			
6	T/s=	0.2		omega_g [1/s]=	5		
7	KP=	3		fg/Hz=	0.795775		
8							
9							
10	log(f/Hz)	f/Hz	Omega/Hz	Omega*T	Sqr	Betrag	Phase
11	-2	0.01	0.0628	0.01256	1.000079	2.999763398	-0.7196
12	-1.9	0.0125893	0.0790605	0.015812	1.000125	2.999625036	-0.90589

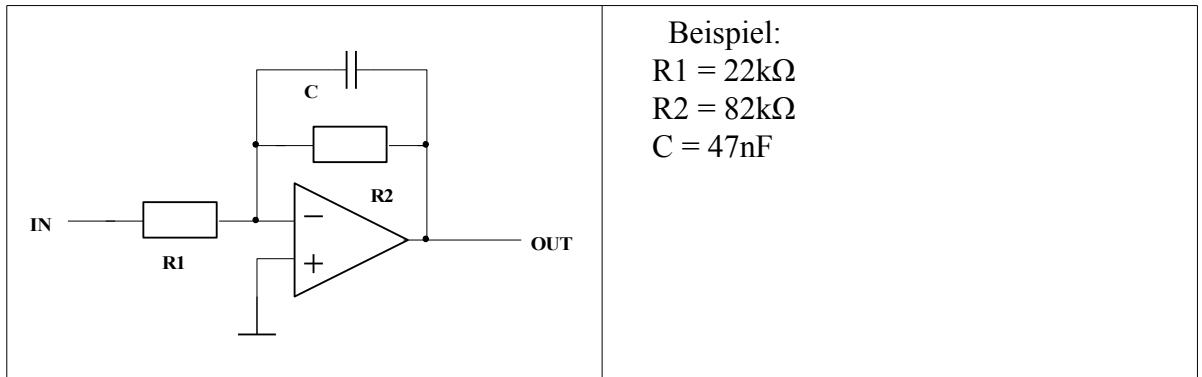


### Aufgabe 3.9

Kontrolliere im Amplituden- und Phasengang ob das Bodediagramm zu den Angaben im Tabellenblatt passt.

### e) Andere PT1-Schaltungen

#### Beispiel 1:



#### Aufgabe 3.10

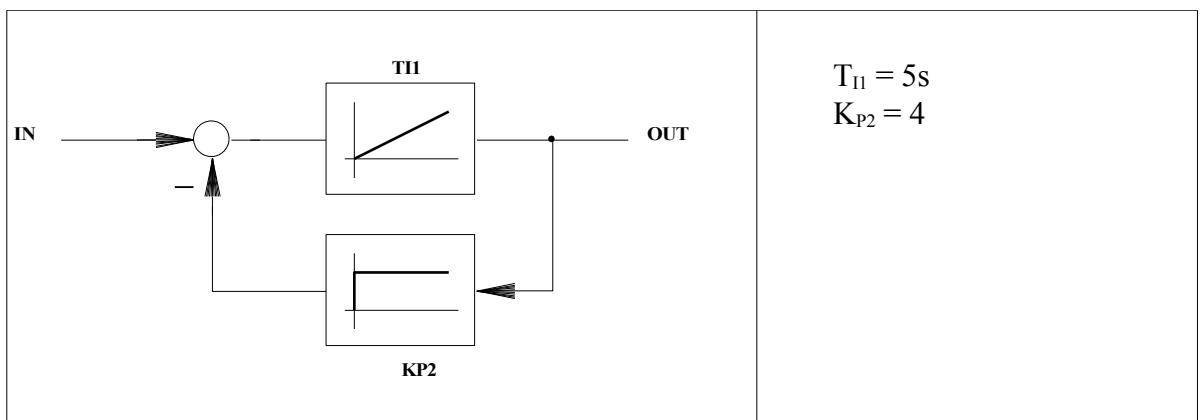
Beweise mit Hilfe der Frequenzganganalyse dass die obige OPV-Schaltung auch PT1-Verhalten hat.

Es ist interessant, die Berechnung mit einer Überlegung zur OPV-Schaltung zu überprüfen: Wie wirkt die Gegenkopplung für niedrige und für hohe Frequenzen? Wie wirkt sich das auf die Verstärkung aus?

#### Aufgabe 3.11

Zeichne das angenäherte Bodediagramm für die obige Schaltung.

#### Beispiel 2:



#### Aufgabe 3.12

Beweise mit Hilfe der Frequenzganganalyse dass die obige Schaltung PT1-Verhalten hat und bestimme die Parameter.

**Tipp:**

Die Formel für  $\bar{F}$  muß so umgeformt werden, dass sie auf PT1 passt.

Eine Methode dazu ist die Multiplikation mit  $\frac{X}{X} = 1$ , wobei X je nach Bedarf gewählt werden kann.

**Bemerkung:**

Seltsamerweise wird eine sehr ähnliche Methode, ein PT1-Glied herzustellen, von der Firma Lukas-Nülle für ihre PT1/PT2-Demo-Platten benutzt.

Dabei wäre eine Schaltung mit RC-Glied und Impedanzwandler doch viel naheliegender.

Die angewandte Methode ist noch seltsamer als sich bei genauer Analyse der Schaltung eigentlich eine nichtlineare Skala für T ergibt, im Gegensatz zur klassischen RC-Schaltung mit Impedanzwandler.

Mir bleibt es ein Rätsel welchen tiefen Grund es bei LN gab, diese Schaltung zu verwenden.

**f) Beispiele, die über PT1 hinausgehen...****Aufgabe 3.13**

Welchen Frequenzgang hat ein PT2-Glied bestehend aus zwei gleichen PT1-Gliedern?

Welche Näherungen ergeben sich für tiefe bzw. für hohe Frequenzen?

Was kann man über Betrag und Phase bei hohen und tiefen Frequenzen sagen?

Wieviel dB pro Dekade fällt der Betrag von  $\bar{F}$  bei hohen Frequenzen?

**Aufgabe 3.14**

Sensoren, z.B. Temperatursensoren, haben eine gewisse Trägheit, die in etwa einem PT1-Verhalten entspricht. Mit einem schaltungstechnischen Trick kann diese Trägheit kompensiert werden, theoretisch ganz, praktisch zum Teil.

Welche Schaltung müsste man hinter den Sensor schalten, damit sich ein Verhalten ohne jede Trägheit ergeben würde? Bestimme  $\bar{F}$  dieser Schaltung.

**Ergebnis:**

Theoretisch könnte mit einem PD-Glied (siehe später) die Trägheit vollständig aufgehoben werden, so dass man beliebig schnell messen könnte.

In der Praxis würde der D-Anteil hochfrequente Störsignale und Rauschen mitverstärken und dadurch große Messfehler verursachen.

Man muss also hier einen Kompromiss eingehen und nur teilweise kompensieren.

Das bedeutet: es wird ein P-DT1- Glied verwendet (siehe nächstes Kapitel).

## 3.2 DT1-Glieder

### a) Warum DT1?

Wir hatten bei der Besprechung des D0-Gliedes gesehen:

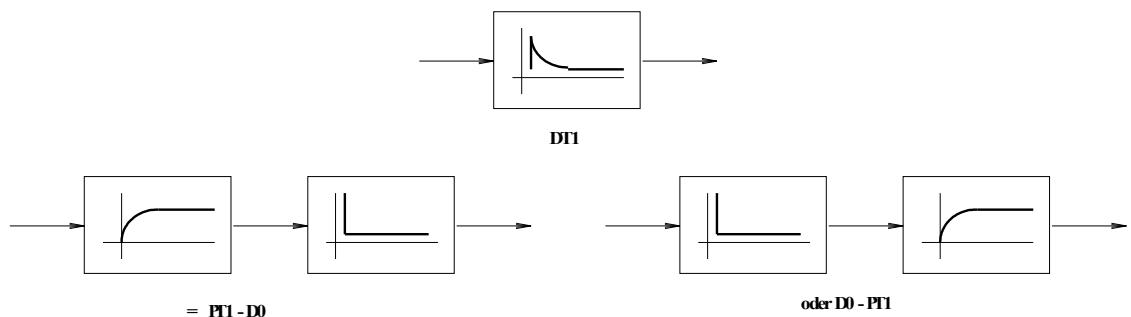
- D0-Glieder verstärken hohe Frequenzen sehr stark
- Rauschen und hochfrequente Störsignale gelangen so verstärkt auf den Ausgang eines PD / PID – Reglers und führen zu unnötigen Stellvorgängen und verfälschten Signalen.

Deswegen begrenzt man die Verstärkung für hohe Frequenzen auf einen unschädlichen Wert, die sogenannte **Vorhaltverstärkung  $V_D$** .

### b) Realisierung im Blockschaltbild

Diese Begrenzung geschieht durch eine Schaltung mit Tiefpasswirkung: PT1.

Zur Realisierung im Blockschaltbild könnte man einfach ein PT1-Glied in Reihe zum D0-Glied schalten:



Die Reihenfolge (PT1 – D0 oder D0 – PT1) ist dabei theoretisch egal.

In der Praxis wäre die erste günstiger, da hochfrequente Störsignale aus dem Eingangssignal herausgefiltert werden, bevor sie sich auf das D0-Glied auswirken.

Bei der zweiten Variante kann das D0-Glied eventuell durch Störsignale übersteuert werden, so dass die Funktion verfälscht wird.

Die Schaltung eines DT1 kann wesentlich einfacher realisiert werden, indem man beim D0-Glied mit OPV einen zusätzlichen Widerstand einbaut, siehe später.

### Aufgabe 3.15

Welche Formel für den Frequenzgang ergibt sich aus dem Blockschaltbild?

Gegeben:

- für das D0-Glied:  $T_D$
- für das PT1-Glied:  $T$ ,  $K_p = 1$  ( $K_p = 1$  ist mit einem RC-Glied leicht realisierbar)

Ergebnis:

$$\bar{F} = \frac{j \omega T_D}{1 + j \omega T} \quad \text{DT1}$$

### Aufgabe 3.16

Welches Verhalten ergibt sich für das DT1-Glied bei sehr tiefen bzw. bei sehr hohen Frequenzen?

Welche Formel ergibt sich aus diesen Überlegungen für die Vorhaltverstärkung?

Ergebnisse:

- für sehr tiefe Frequenzen:  $\bar{F} \approx j \omega T_D$

D0-Verhalten

$$|\bar{F}| \approx \omega T_D \quad \varphi \approx +90^\circ$$

- für sehr hohe Frequenzen:  $\bar{F} \approx \frac{T_D}{T}$

P-Verhalten

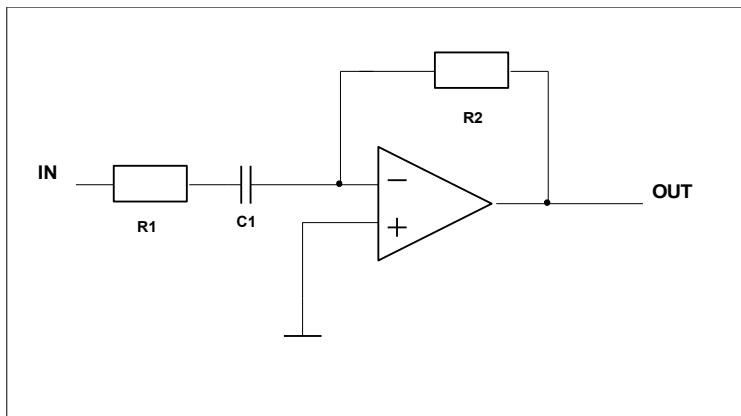
$$|\bar{F}| \approx V_D \quad \text{mit} \quad V_D = \frac{T_D}{T} \quad \varphi \approx 0^\circ$$

Dies entspricht der Wunschvorstellung für das DT1-Glied:

Bei tiefen Frequenzen, wie sie im Regelkreis genutzt werden: D0-Verhalten.

Bei hohen Frequenzen (Störsignale, Rauschen): Begrenzung auf die Vorhaltverstärkung  $V_D$ .

### c) Einfache invertierende DT1-Schaltung mit OPV



Beispiel:  
 $R1 = 100\text{k}\Omega$   
 $R2 = 1\text{M}\Omega$   
 $C1 = 2.2\mu\text{F}$

**Aufgabe 3.17**

Schaltungsanalyse:

Wie wirken C1 und R1 zusammen bei tiefen bzw. bei hohen Frequenzen?

Ergebnis aus diesen Überlegungen das gewünschte Verhalten?

**Aufgabe 3.18**

Leite den Frequenzgang der Schaltung her.

Wie berechnen sich  $T_D$ ,  $T$  und  $V_D$  aus den Bauteilwerten?

Gebe Formeln und Werte für das Beispiel an.

**d) Bodediagramm (näherungsweise)**

Die Vorgehensweise ist praktisch die gleiche wie beim PT1-Glied.

**Aufgabe 3.19**Von einem DT1-Glied sind bekannt:  $T_D = 8\text{s}$ ,  $T = 2\text{s}$ 

Bestimme die Vorhaltverstärkung.

Rekapituliere die Näherungen für  $\bar{F}$ ,  $|F|$  und  $\phi$  bei sehr hohen und bei sehr tiefen Frequenzen.

Bestimme den Schnittpunkt der Näherungsgeraden im Amplitudengang.

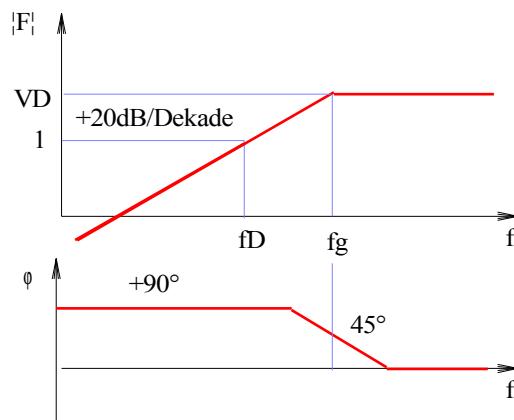
Die hierzu gehörende Frequenz ist die Grenzfrequenz  $f_g$ .Bestimme den exakten Wert der Verstärkung bei  $f = f_g$ .Bestimme den exakten Wert des Phasenwinkels bei  $f = f_g$ .

Bestimme die Frequenz, bei der die Verstärkung gleich 1 ist.

Zeichne das Bodediagramm.

Trage alle wichtigen Werte ein.

Ergebnis (schematisch):



### e) Bodediagramm (exakt)

Auch hier ist die Vorgehensweise die gleich wie beim DT1-Glied:

- Aufspalten von  $\bar{F}$  in Real- und Imaginärteil (dazu erst Nenner reell machen!)
- Bestimmen von  $|\bar{F}|$  mit Pythagoras und  $\varphi$  mit Trigonometrie.
- Rechnen von Werten mit einer Tabellenkalkulation und Zeichnen des Diagramms.

#### Aufgabe 3.20

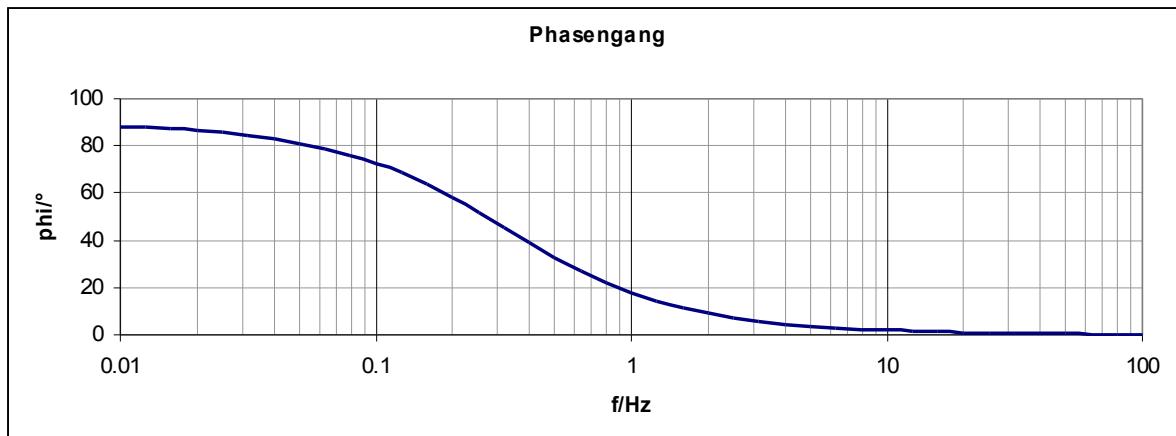
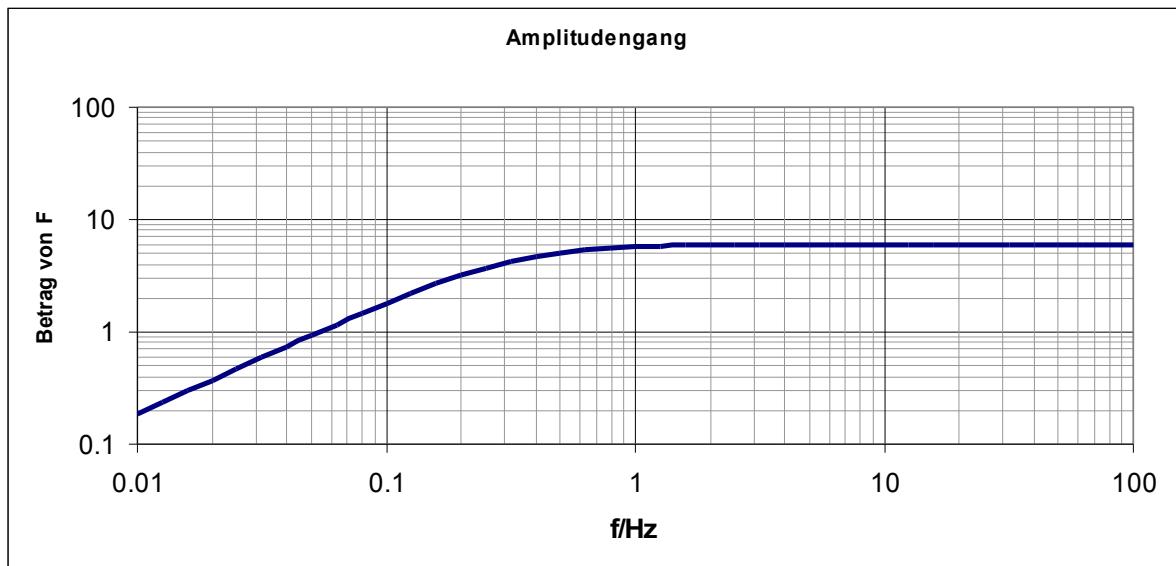
Leite die Formeln für Betrag und Phase von  $\bar{F}$  her.

Ergebnisse:

$$|\bar{F}| = \frac{\omega T_D}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{\omega T}\right)$$

Beispiel eines DT1- Bodediagramms:



**Aufgabe 3.21**

Bestimme die Parameter  $T_D$ ,  $T$  und  $V_D$  aus dem obigen Diagramm.

**f) Sprungantwort des DT1-Gliedes**

Wir erinnern uns: beim D0-Glied ist die theoretische Sprungantwort ein Diracstoss, d.h. ein unendlich hoher und unendlich kurzer Impuls zum Zeitpunkt des Eingangssprungs. Sonst ist die Ausgangsspannung überall null.

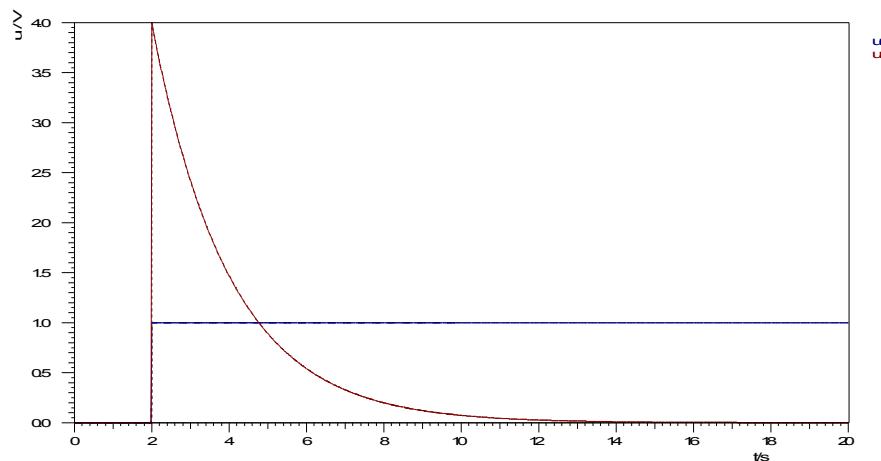
Beim DT1-Glied sieht es anders aus:

- der Eingangssprung enthält hohe Frequenzen (schnelle Änderung → hohe Frequenz)  
Diese werden mit der Vorhaltverstärkung verstärkt.

Es ergibt sich am Ausgang ein Sprung mit der Höhe  $u_a = V_D \cdot u_e$

- lange Zeit nach dem Sprung (dies entspricht der Reaktion auf tiefe Frequenzen) ist die Ausgangsspannung praktisch null wie beim D0-Glied.
- Dazwischen fällt die Ausgangsspannung mit der Zeitkonstante  $T$  ab.

Beispiel:

**Aufgabe 3.22**

Bestimme die Parameter des DT1-Gliedes aus der angegebenen Sprungantwort.

Bemerkung:

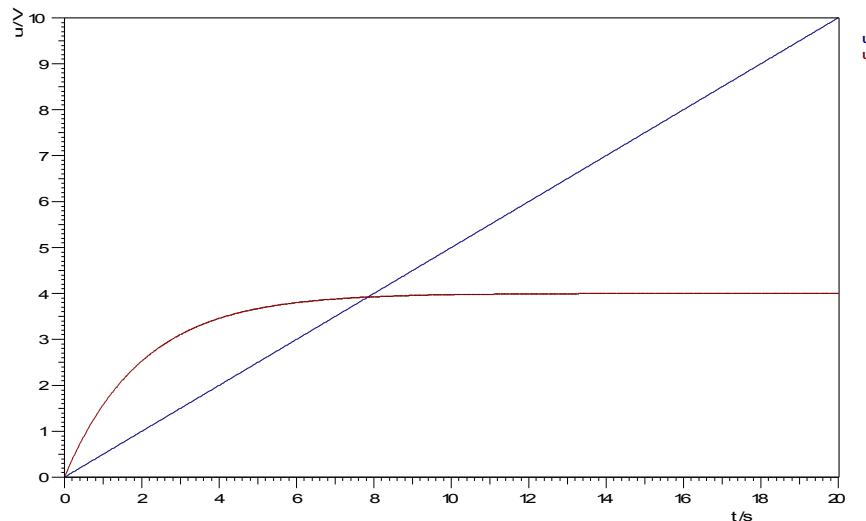
Theoretisch könnte man für das DT1-Glied auch  $T_D$  aus der Sprungantwort errechnen. Die Genauigkeit ist dann aber begrenzt da die Spitze von  $u_a$  nicht immer genau messbar ist. Praktisch wird man eher nur  $T$  ablesen und  $T_D$  aus der Anstiegsantwort bestimmen.

### f) Anstiegsantwort des DT1-Gliedes

Die Anstiegsantwort entspricht im Wesentlichen der des D0-Gliedes, ausser dass zu Beginn ein verzögter Anstieg zu beobachten ist.

Wenn man sich das DT1-Glied als D0-PT1-Reihenschaltung vorstellt, ist dieser leicht zu erklären.

Beispiel:



### Aufgabe 3.23

Bestimme die Parameter des DT1-Gliedes aus der Anstiegsantwort.

Handelt es sich um das gleiche wie bei Aufgabe 3.22 ?

### Aufgabe 3.24

Zeige dass ein RC-Hochpass ein DT1-Glied mit einer speziellen Eigenschaft ist.