I-Strecken und P-Regler

(siehe auch Kapitel P-Strecken und P-Regler)

1. Unterschiede zwischen I- und P-Strecken

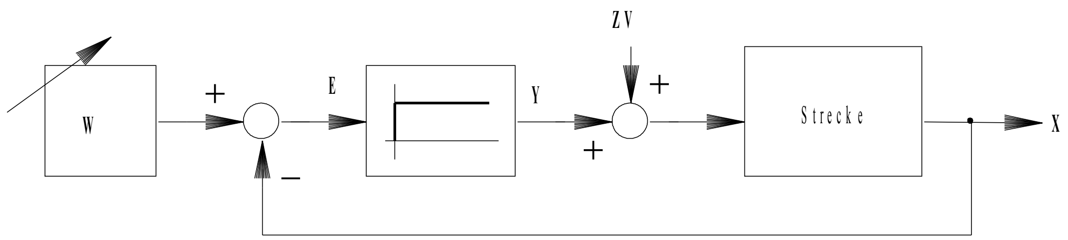
Bei P-Strecken kann ein Proportionalbeiwert K_{PS} definiert werden, der praktisch die "Verstärkung" der Strecke definiert:

$$K_{PS} = \frac{x}{y} \quad \text{für} \quad t \to \infty$$

Eine I-Strecke liefert am Ausgang bei positiver Stellgrösse eine ständig ansteigende Regelgrösse, nach der obigen Definition ergibt sich also eine unendlich hohe Verstärkung.

Wir können die Erkenntnisse für P-Strecken übernehmen, wenn wir $K_{PS} \to \infty$ in die Formeln für das statische Verhalten einsetzen.

2. Statisches Störverhalten



Für P-Strecken hatten wir gefunden:

$$x_b = \frac{K_{PS}}{1 + K_{PR} \cdot K_{PS}} \cdot z_V \quad \text{wenn } w = 0 \text{ ist.}$$

Die Störung wird nicht vollständig ausgeregelt.

Bei einer I-Strecke müssen wir $K_{PS} \to \infty$ in die Formel einsetzen.
Ohne weitere Umformung ist der Ausdruck unbestimmt (∞ im Zähler und im Nenner)

Das Problem lässt sich lösen, wenn man oben und unten mit $\frac{1}{K_{PS}}$ multipliziert:

$$x_b = \frac{1}{\frac{1}{K_{PS}} + K_{PR}} \cdot z_V$$

Für $K_{PS} \to \infty$ tendiert $\frac{1}{K_{PS}}$ gegen null, und es ergibt sich

$$x_b = \frac{1}{K_{PR}} \cdot z_V$$

Auch bei I-Strecken wird also die Störung nicht ganz ausgeregelt.
Die Regelabweichung ist umso kleiner, je grösser die Verstärkung des Reglers ist.
(wie bei den P-Strecken)

Für die bleibende Stellgrösse ergibt sich

$$y_b = K_{PR} \cdot e = K_{PR} \cdot (w - x_b)$$

$y_b = -K_{PR} \cdot x_b$, mit $x_b = \frac{1}{K_{PR}} \cdot z_V$ ergibt sich also

$$y_b = -z_V$$

Der Regelkreis stellt sich so ein, dass die Stellgrösse die Störgrösse gerade kompensiert. Dann liegt am Eingang der Regelstrecke null und die Regelgrösse hat einen konstanten Wert x_b.

3. Dynamisches Störverhalten

Ohne Regelung würde eine Versorgungsstörung dazu führen, dass die Regelgrösse immer weiter von ihrem vorherigen Wert abdriften würde (siehe Signalflussplan, bei einer Sprungfunktion für z_V erhalten wir die Sprungantwort der Strecke).

Eine Regelung ist also für I-Strecken zwingend nötig.

Mit Regler ändert sich dieses Verhalten: je weiter die Regelgrösse abdriftet desto mehr steuert der Regler dagegen, bis sich ein stabiler Endwert $x_b = \frac{1}{K_{PR}} \cdot z_V$ ergibt.

Je grösser die Verstärkung des Reglers, umso heftiger die Gegenreaktion, und umso kleiner die bleibende Regelabweichung.

Aus dieser Überlegung können wir schliessen, dass x bei positiver Störung zunächst langsam wie bei der Sprungantwort ansteigen muss (bei kleiner Regelabweichung steuert der Regler nur wenig gegen). Nach einiger Zeit wird die Gegen-Wirkung des Reglers stärker und der Anstieg wird gebremst.

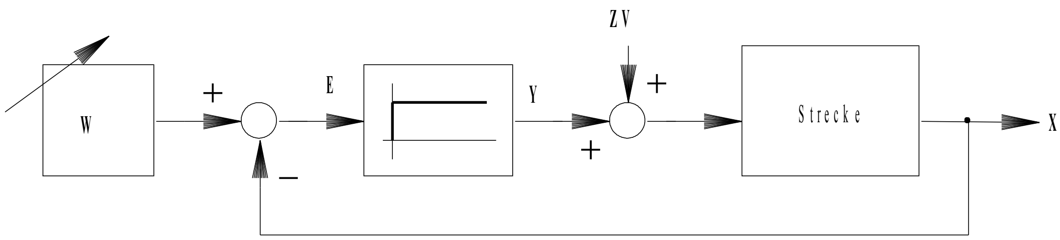
Aufgabe IP1
Simuliere das Störverhalten eines Regelkreises mit einer I-Strecke mit T_I = 10s und einem P-Regler mit K_{PR} = 2 bei einer Versorgungsstörung von 50%.
Vergleiche mit dem ungeregelten Fall.
Welche Kurvenform ergibt sich?
Was ändert sich wenn der Proportionalbeiwert des Reglers geändert wird?

Ergebnis:
Die Kurve für x sieht wie eine Exponentialkurve aus.
Dass es sich tatsächlich um eine Exponentialkurve handelt, können wir später (Klasse T3EE) mit der Frequenzgang-Methode beweisen.

Bei I-Strecken mit Verzugszeit sind die Überlegungen analog zu denen bei P-Strecken:
Erst nach 1Tu macht sich die Störung am Ausgang bemerkbar, der Regler greift ein, aber erst nach einer weiteren Verzugszeit wirkt sich dies auf die Regelgrösse aus.

Während 2Tu läuft die Regelgrösse also auf der gleichen Kurve wie die Sprungantwort.

4. Statisches Führungsverhalten



Für P-Strecken hatten wir gefunden:

$$x_b = \frac{K_{PR} \cdot K_{PS}}{1 + K_{PR} \cdot K_{PS}} \cdot w \quad \text{wenn } z = 0 \text{ ist.}$$

Die Regelgrösse liegt unterhalb des Sollwerts.

Bei I-Strecken müssen wir $K_{PS} \to \infty$ einsetzen.

Damit der Ausdruck nicht unbestimmt ist, multiplizieren wir Zähler und Nenner mit $\frac{1}{K_{PS}}$ und erhalten

$$x_b = \frac{K_{PR}}{\frac{1}{K_{PS}} + K_{PR}} \cdot w \qquad \text{also } x_b \to w$$

Der Sollwert wird erreicht, es gibt keine bleibende Regelabweichung obschon ein P-Regler verwendet wird.

Die bleibende Stellabweichung berechnet sich als $y_b = K_{PR} \cdot e = K_{PR} \cdot (w - x_b)$
also $y_b = 0$
Am Eingang der I-Strecke muss die Stellgrösse null sein, damit der Ausgang x konstant sein kann.

5. Dynamisches Führungsverhalten

<u>Aufgabe IP2</u>
Simuliere das Führungsverhalten eines Regelkreises mit einer I-Strecke mit T_I = 10s und einem P-Regler mit K_{PR} = 2 bei einem Sollwertsprung von 0 auf 50%.
Vergleiche mit dem ungeregelten Fall.
Welche Kurvenform ergibt sich?
Was ändert sich wenn der Proportionalbeiwert des Reglers geändert wird?

Ergebnis:
Die Regelgrösse steigt nach einer Exponentialfunktion auf den Sollwert an.
Je grösser die Verstärkung des Reglers, desto kleiner die Zeitkonstante.