Selbständige Arbeit

Führungsverhalten eines Regelkreises

Es soll untersucht werden, wie sich eine sprunghafte Änderung der Führungsgröße (also des Sollwertes) in einem Regelkreis mit P-Regler auswirkt.
Es soll keine Störgrößenänderung geben, also z = 0.

1) Statisches Verhalten

1. Zeichne einen Signalflussplan des Regelkreises.

2. Was gilt für w im Gegensatz zur Untersuchung des Störverhaltens?

3. Stelle die Gleichungen für Vergleicher, P-Regler und Strecke auf.
   Beachte hierbei, dass für w und also auch für e nicht das Gleiche gilt wie beim Störverhalten!

4. Welchen Wert nimmt die Änderung der Regelgrösse (x) nach unendlich langer Zeit an?
   Stelle eine Formel für x_b auf, indem du die 3 Gleichungen aus Punkt c) kombinierst.

5. Berechne diesen Wert für eine konkrete Anlage mit $K_{PS} = 1$, w = 6V und für 3 Fälle von K_{PR}, nämlich 1, 5 und 10.

6. Welche Gesetzmäßigkeit kann man aus den Ergebnissen ableiten?
   Was muss gelten, wenn Istwert und Sollwert möglichst gut übereinstimmen sollen?
   Warum ist dies nicht immer möglich?

7. Stelle eine Formel für die bleibende Regelabweichung x_{Wb} auf.
   Beachte das Vorzeichen. Was sagt es aus?

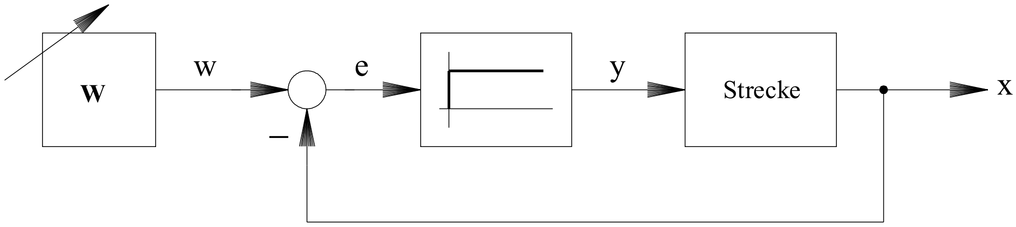
2) Dynamisches Verhalten

Überlege, wie lange es dauert, bis eine sprunghafte Änderung der Führungsgrösse sich in einer Änderung der Regelgrösse bemerkbar macht.
Die Strecke ist eine PTn-Strecke mit der Verzugszeit Tu.

Ergebnisse

1) Statisches Führungsverhalten

Nur Führungsverhalten ohne Störung → z = 0



Im Gegensatz zur Untersuchung des Störverhaltens wird hier der Sollwert geändert, also w≠0.

Statische Gleichungen:

Strecke: $x = K_{PS} \cdot y$ (1)

Regler: $y = K_{PR} \cdot e$ (2)

Vergleicher: $e = w - x$ (3)

Durch Einsetzen von (2) in (1) erhält man: $x = K_{PS} \cdot K_{PR} \cdot e$

Mit (3) ergibt sich: $x = K_{PS} \cdot K_{PR} \cdot (w - x)$

Diese Gleichung, nach der Regelgröße x aufgelöst ergibt den bleibenden (statischen) Wert x_b nach einem Sprung der Führungsgröße:

$$x_b = \frac{K_{PR} \cdot K_{PS}}{1 + K_{PR} \cdot K_{PS}} \cdot w$$

Unter dem Bruchstrich steht, wie bei der Formel für das Störverhalten, wieder 1 + Ringverstärkung. Über dem Bruchstrich steht nun das Produkt aus den Proportionalbeiwerten von Regler und Strecke mit der Führungsgrößenänderung w. Dies ist dadurch zu erklären (bzw. so zu merken!) dass das betrachtete Signal w durch die beiden Blöcke Regler und Strecke geführt wird, bis es am Ausgang erscheint.

Wenn man konkrete Werte für x_b ausrechnet, sieht man, dass der Sollwert

1. nie erreicht wird
2. die Differenz zum Sollwert umso kleiner wird, je größer K_{PR} gemacht wird.

Eine hohe Verstärkung des Reglers ist also sowohl für ein gutes Störverhalten wie für ein gutes Führungsverhalten von Vorteil.

Leider ist es nicht immer möglich, K_{PR} beliebig groß zu machen, da dann der Regelkreis instabil werden kann (siehe dynamisches Verhalten).

Formel für die bleibende Regelabweichung:

$$x_w = x - w$$

Also

$$x_{wb} = x_b - w$$

$$x_{wb} = \frac{K_{PR} \cdot K_{PS}}{1 + K_{PR} \cdot K_{PS}} \cdot w - w$$

Mit gemeinsamem Nenner:

$$x_{wb} = \frac{K_{PR} \cdot K_{PS} \cdot w - (1 + K_{PR} \cdot K_{PS}) \cdot w}{1 + K_{PR} \cdot K_{PS}}$$

$$x_{wb} = \frac{-1}{1 + K_{PR} \cdot K_{PS}} \cdot w$$

Das Minuszeichen bedeutet, dass die Regelabweichung negativ ist, d.h. dass der Istwert x unter dem Sollwert w bleibt.
Je größer der Proportionalbeiwert des Reglers, desto kleiner wird die bleibende Regelabweichung.

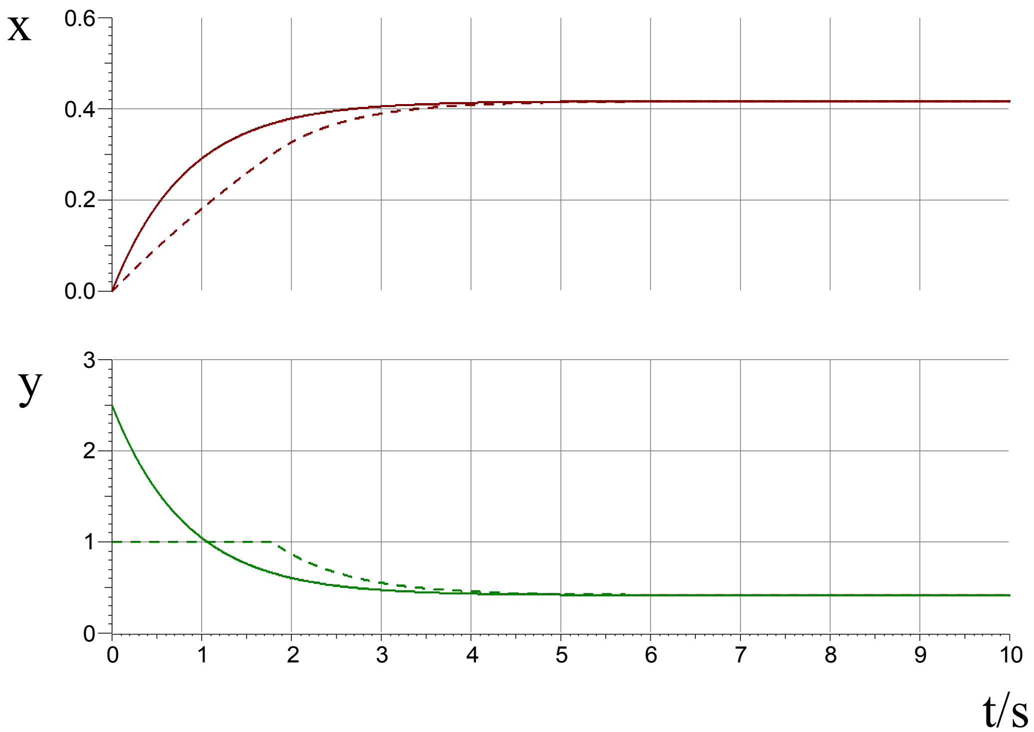
2) Dynamisches Verhalten

Ein Sprung der Führungsgröße ergibt sofort am Ausgang des Vergleichers eine Änderung der Regeldifferenz, auf diese reagiert der Regler sofort mit einer Änderung der Stellgröße.
Am Ausgang der Strecke macht sich nach einer Verzugszeit Tu die Veränderung bemerkbar.

Beispiele:

PT1-Strecke mit P-Regler
w = 0.5 (=50%)
K_{PS} =1
Ts = 5s
K_{PR} = 5

Durchgezogene Kurve: idealer Regler
Gestrichelte Kurve: realer Regler mit Übersteuerung bei y = 1 (=100%).



Sofort nach dem Führungssprung ergibt sich eine große Regeldifferenz und damit eine große Stellgröße (in der Praxis: Übersteuerung des Reglers). Dadurch steigt die Regelgröße schneller an als im ungeregelten Fall.
Je näher die Regelgröße dem Sollwert kommt, desto kleiner wird die Regeldifferenz und damit auch die Stellgröße. Die Regelgröße steigt nun langsamer und stabilisiert sich auf dem Endwert xb.

Die Regelgröße kann nicht gleich dem Sollwert werden, denn dann wäre die Regeldifferenz null, somit wäre auch die Stellgröße null und die Strecke könnte kein von Null verschiedenes Regelgrößensignal liefern.

Je höher allerdings der Proportionalbeiwert des Reglers ist, desto weniger Regeldifferenz ist erfordert um die benötigte Stellgröße zu liefern. In diesem Fall kann der Istwert dem Sollwert sehr nahe kommen.

Regelkreise mit PT1-Strecken ohne Totzeit können theoretisch mit beliebig großem K_{PR} betrieben werden, ohne dass sie instabil werden.

Achtung:
Eine Simulation in BORIS kann manchmal ein instabiles Verhalten vortäuschen, wenn die Schrittweite zu groß gewählt worden ist. Es sollten sich mindestens 1000...10000 Schritte ergeben.

Aufgabe 4.9
Berechne den statischen Endwert der Regelgröße und den statischen Wert der Stellgröße. Vergleiche mit den Werten im Diagramm.

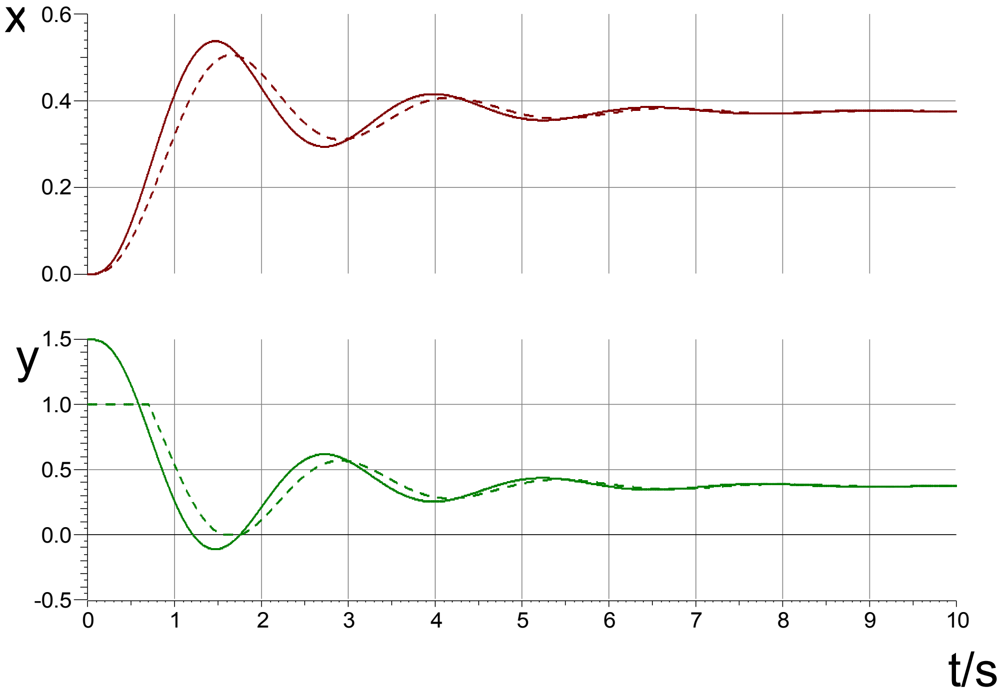
PT3-Strecke mit P-Regler

$K_{PS} = 1$

Ts = 0.5s (3x PT1 mit diesem Ts!)

$K_{PR} = 3$

w = 0.5 (=50%)



Sofort nach dem Führungssprung ergibt sich eine große Regeldifferenz und damit eine große Stellgröße (in der Praxis: Übersteuerung des Reglers). Im Gegensatz zur PT1-Strecke ergibt sich aber erst nach der Verzugszeit Tu eine Reaktion am Ausgang der Strecke, erst danach steigt die Regelgröße x an.

Wegen dieser Verzögerung kommt es zu einem mehr oder weniger ausgeprägten Einschwingvorgang auf den statischen Endwert x_b.
Je höher der Proportionalbeiwert des Reglers ist, umso heftiger reagiert er auf eine Regeldifferenz. Es kommt zu einem starken Überschwingen bis hin zur Instabilität.

Aufgabe 4.10

Berechne den statischen Endwert der Regelgröße und den statischen Wert der Stellgröße. Vergleiche mit den Werten im Diagramm.

Bestimme Tu und vergleiche mit dem Diagramm.